نوسان ِ طعم ِ نوترینوها

احمد ِ شریعتی

در این مقاله می‌خواهیم معنی ی ِ این جمله را که "جرم ِ نوترینو باعث ِ نوسان ِ طعم ِ آن می‌شود" بفهمیم. برای این کار ابتدا رفتار ِ دو نوسان‌گر ِ کلاسیک ِ جفت‌شده با جفت‌شده‌گی ی ِ بسیار ضعیف، و بعد رفتار ِ یک سیستم ِ کوانتمی ی ِ دوترازه ی تقریباً تبهگن را بررسی می‌کنیم. سپس به نوسان ِ طعم ِ نوترینو می‌پردازیم.

مقدمه

نوترینو یک ذره ی ِ بنیادی است. در مدل ِ استاندارد سه طعم (یعنی سه نوع) نوترینو هست: نوترینو ی ِ الکترون، ν_e، نوترینو ی ِ میوئون، ν_μ، و نوترینو ی ِ تاؤ، ν_τ. (البتّه هر یک از این ذرّه‌ها پادذرّه ای هم دارد.) در مدل ِ استاندارد، نوترینوها جرم ندارند، بار ِ الکتریکی ندارند، دوقطبی ی ِ مغناطیسی ندارند، رنگ (یعنی بار ِ قوی) ندارند، اسپین ِ شان $1/2$ است، و تنها در برهم‌کنش ِ ضعیف شرکت می‌کنند. با این حال دور ـ و ـ بر ِ ما پر از نوترینو است. از واکنش‌ها ی ِ هسته‌ای ی ِ تو ی ِ خورشید، از برخورد ِ پرتوها ی ِ کیهانی با لایه‌ها ی ِ بالایی ی ِ جو، و از واپاشی‌ها ی ِ هسته‌ای ی ِ دور ـ و ـ بر ِ ما نوترینو گسیل می‌شود. از هر سانتی‌متر ِ مربّع از بدن ِ ما در هر ثانیه 60 میلیارد نوترینو ی ِ خورشیدی می‌گذرد. این نوترینوها با خود انرژی می‌برند، امّا برهم‌کنش ِ نوترینوها با موادّ ِ دیگر چنان ضعیف است که احتمال ِ این که در طول ِ عمر ِ ما یک ی از این نوترینوها به یک ی از اتم‌ها ی ِ بدن ِ مان بخورد، کم‌تر از $1/3$ است. به دلیل ِ همین ضعیف بودن ِ برهم‌کنش، نوترینوها نقش ِ مهمّ ی در سرد شدن ِ ستاره‌ها دارند. بیش از 90 درصد ِ انرژی ی ِ یک اَبَرنواَختر در نوترینوها یی است که می‌گسیلد.

امّا آیا نوترینو فقط همان چیز ی است که مدل ِ استاندارد می‌گوید؟ مثلاً آیا واقعاً نوترینوها بی‌جرم اند؟ و آیا همه ی ِ آزمایش‌ها و مشاهده‌ها را با ویژه‌گی‌ها یِ نوترینو در مدل ِ استاندارد می‌توان توضیح داد؟ جواب ِ این سؤال باید متّکی بر تجربه (مشاهده) باشد. این مشاهده‌ها عمدتاً چهار دسته اند: ۱) مشاهده ی ِ نوترینوها ی ِ خورشیدی، یعنی نوترینوها یی که از خورشید می‌آیند؛ ۲) مشاهده ی ِ نوترینوها ی ِ جوّی، یعنی نوترینوها یی که از برخورد ِ پرتوها ی ِ کیهانی با لایه‌ها ی ِ بالایی ی ِ جو تولید می‌شوند؛ ۳) مشاهده ی ِ نوترینوها یی که در اَبَرنواَخترها تولید شده اند؛ و

۴) مشاهده ی ِ نوترینوها یی که در شتاب‌دهنده‌ها و واکنش‌گاه‌ها ی ِ هسته‌ای تولید می‌شوند.

برا ی ِ توضیح ِ برخ ی از پدیده‌ها یی که در این آزمایش‌ها دیده می‌شود، فیزیک‌پیشه‌ها ناچار شده اند مدل‌ها یی بسازند که "در آن‌ها نوترینوها جرم دارند، به طور ی که این جرم‌ها باعث ِ نوسان ِ طعم ِ نوترینوها می‌شود". در این نوشته، بی آن که بخواهیم وارد ِ جزئیّات ِ فیزیک ِ نوترینوها بشویم، می‌خواهیم معنی ی ِ این جمله را که "جرم ِ نوترینو باعث ِ نوسان ِ طعم ِ آن می‌شود" بفهمیم. برا ی ِ ساده‌تر شدن ِ بحث، فرض می‌کنیم فقط دو طعم نوترینو هست، نوترینو ی ِ الکترون و نوترینو ی ِ میوئون. برا ی ِ کسان ی که می‌خواهند در باره ی ِ نوترینوها بیش‌تر بدانند، در انتها ی ِ مقاله چند مرجع ذکر شده است.

رفتار ِ دو نوسان‌گر ِ کلاسیک ِ یک‌سان با جفت‌شده‌گی ی ِ بسیار ضعیف

برا ی ِ درک ِ پدیده ی ِ نوسان، بهتر است از یک مثال ِ ساده در مکانیک ِ کلاسیک شروع کنیم. دو نوسان‌گر ِ جفت‌شده ی ِ زیر را در نظر بگیرید.

$$m\,\ddot{x}_1 = -K\,x_1 - K'\,(x_1 - x_2), \qquad m\,\ddot{x}_2 = -K\,x_2 + K'\,(x_1 - x_2). \tag{1}$$

فرض کنید $K' \ll K$. با حل ِ مسئله ی ِ نوسان‌ها ی ِ این دو نوسان‌گر ِ جفت‌شده معلوم می‌شود که ویژه‌بسامدها ی ِ دستگاه ِ (1) عبارت اند از $\omega_\pm = \omega \pm \Delta\omega$، که در این‌جا $\omega^2 = K/m$ و $(\Delta\omega)^2 = K'/m$. به آسانی می‌توان نشان داد که اگر در لحظه ی ِ $t_0 = 0$ یک ی از دو نوسان‌گر، مثلاً نوسان‌گر ِ 1 را کم ی منحرف کنیم و رها کنیم (یعنی $x_2(0) = 0$، $\dot{x}_1(0) = 0$، و $\dot{x}_1(0) = 0$)، در لحظه‌ها ی ِ بعد ِ t خواهیم داشت

$$x_1(t) = \cos\omega t\,\cos(\Delta\omega\,t)\,x_1(0), \qquad x_2(t) = \sin\omega t\,\sin(\Delta\omega\,t)\,x_1(0). \tag{2}$$

خوب به رفتار ِ این دو تابع دقّت کنید: ($\Delta\omega \ll \omega$) در ابتدا ی ِ کار ($t \sim 0$) فقط نوسان‌گر ِ 1 است که با بسامد ِ ω نوسان می‌کند، امّا پس از گذشت ِ زمان ِ $T = \pi/(2\Delta\omega)$، نوسان‌گر ِ 1 تقریباً ایستاده و نوسان‌گر ِ 2 است که نوسان می‌کند. این طرح دائماً تکرار می‌شود.

ببینیم چه اتّفاق ی افتاده: $\eta = x_1 + x_2$ و $\xi = x_1 - x_2$ متغیّرها ی ِ به‌اصطلاح طبیعی ی ِ دستگاه هستند با بسامدها ی ِ به ترتیب ω_+ و ω_-. حرکت ِ متغیّرها ی ِ معمولی ی ِ x_1 و x_2 ترکیب ی است از دو نوسان ِ هم‌آهنگ که بسامدها ی ِ شان کم ی ($\Delta\omega$) اختلاف دارد. در $t = 0$ داریم $x_2(0) = 0$، امّا پس از گذشت ِ مدّت ی $x_2(t)$ دیگر صفر نیست. دلیل ِ این صفر نبودن هم بسیار ساده است: زیرا x_2 یک ترکیب ِ خطّی است از ξ و η، و داریم $\xi(0) = \eta(0) = x_1(0) \neq 0$.

رفتار ِ یک سیستم ِ کوانتمی ی ِ دوترازه ی ِ تقریباً تبهگن

حالا یک سیستم ِ دوترازه ی ِ کوانتمی را در نظر بگیرید. فرض کنید $|1\rangle$ و $|2\rangle$ دو حالت ِ بهنجار ِ عمودبرهم باشند که ویژه‌حالت ِ انرژی (همیلتنی) نباشند. می‌توان این دو حالت را بر حسب ِ دو ویژه‌حالت ِ انرژی نوشت. مثلاً

$$|1\rangle = \cos\alpha\,|E_1\rangle + \sin\alpha\,|E_2\rangle, \qquad |2\rangle = -\sin\alpha\,|E_1\rangle + \cos\alpha\,|E_2\rangle \tag{3}$$

به کمک ِ این بسط و معادله ی ِ شرُدینگر[‡] می‌توان حساب کرد که اگر در لحظه ی ِ صفر سیستم در حالت ِ $|1\rangle$ باشد، با چه احتمال ی پس از گذشت ِ زمان ِ t در حالت ِ $|2\rangle$ خواهد بود. نتیجه ی ِ محاسبه این است:

$$P(1\to 2, t) = \sin^2 2\alpha\ \sin^2\left(\frac{1}{2}\omega t\right) \tag{4}$$

در این عبارت $\omega = (E_2 - E_1)/\hbar$ بسامد ِ گذار است. دقّت کنید که این نوسان هم درست مانند ِ مورد ِ دو نوسان‌گر ِ کلاسیک، به این دلیل روی می‌دهد که $|1\rangle$ و $|2\rangle$ ترکیب‌ها یی خطّی از $|E_1\rangle$ و $|E_2\rangle$ هستند (فقط ویژه‌حالت‌ها ی ِ انرژی است که تحوّل ِ زمانی شان هر کدام با یک بسامد ِ مشخّص تعیین می‌شود)، و به‌علاوه، بسامدها ی ِ این دو ویژه‌حالت ِ انرژی کم ی با هم فرق دارد.

یک مدل برا ی ِ نوسان ِ طعم ِ نوترینوها

فرض کنید دو نوع نوترینو در طبیعت وجود داشته باشد، ν_1 و ν_2؛ و فرض کنید که ν_e و ν_μ دو ترکیب ِ خطّی از ν_1 و ν_2 باشند.

$$\nu_e = \nu_1\ \cos\alpha + \nu_2\ \sin\alpha, \qquad \nu_\mu = -\nu_1\ \sin\alpha + \nu_2\ \cos\alpha. \tag{5}$$

در این جا دو نکته هست که باید توضیح داده شود. اوّل این که شکل ِ خاص ِ ضرایب به این دلیل انتخاب شده که می‌خواهیم ماتریس ِ ضرایب (U) یک ماتریس ِ یکانی باشد (این اختیار را هم داریم که اوّلاً فاز ِ U_{11} را حقیقی بگیریم، ثانیاً با انتخاب ِ فاز ِ مناسب ی برا ی ِ ν_2 کار ی کنیم که U_{12} هم حقیقی باشد). امّا توضیح ِ مهم‌تر این که اصلاً معنی ی ِ این ترکیب ِ خطّی چیست. این نکته ی ِ مهمّ ی است که اینک به آن می‌پردازیم.

الکترون ذرّه ای است با اسپین ِ $1/2$. اگر اسپین ِ آن را در امتداد ِ یک محور ِ دل‌خواه، مثلاً محور ِ z بسنجیم، یا عدد ِ $\hbar/2$ به دست می‌آید یا عدد ِ $-\hbar/2$، و نه هیچ عدد ِ دیگر ی. مکانیک ِ کوانتمی می‌گوید که حالت ِ الکترون می‌تواند یک ترکیب ِ خطّی از دو حالت ِ $|\hbar/2\rangle$ و $|-\hbar/2\rangle$ باشد.

$$|\psi\rangle = \cos\alpha\,|\hbar/2\rangle + \sin\alpha\,|-\hbar/2\rangle \tag{6}$$

دقّت کنید که $|\psi\rangle$ ویژه‌بردار ِ S_z نیست. S_z برا ی ِ این حالت (6) معیّن نیست (مگر حالت‌ها ی ِ خاص ِ $\alpha = 0$ و $\alpha = \pi/2$). اگر S_z را برا ی ِ حالت ِ (6) بسنجیم، با احتمال ِ $\cos^2 \alpha$ عدد ِ $\hbar/2$ را به دست می‌آوریم، و با احتمال ِ $\sin^2 \alpha$ عدد ِ $-\hbar/2$ را. هیچ قاعده ای در مکانیک ِ کوانتمی نمی‌گوید که حالت‌ها ی ِ مجاز ِ الکترون باید ویژه‌حالت ِ S_z باشند. امّا، قاعده ای در طبیعت هست که می‌گوید هر سیستم ِ فیزیکی ای باید بار ِ الکتریکی ی ِ مشخّص ی داشته باشد؛ و این بار پایسته است. این جمله را می‌توان این طور گفت: " هر حالت ِ یک سیستم ِ فیزیکی باید ویژه‌حالت ِ عمل‌گر ِ بار باشد." پس حالت ی مثل ِ

$$|\psi\rangle = a\,|\mathrm{electron}\rangle + b\,|\mathrm{positron}\rangle \tag{7}$$

حالت ِ هیچ سیستم ِ فیزیکی ای نیست. (دقّت کنید (7) هیچ ربط ی به حالت ِ اتم ِ پُزیترونیم (e^+e^-) ندارد: تابع ِ حالت ِ اتم ِ پُزیترونیم حاصلِ‌ضرب ِ تابعِ‌حالت‌ها ی ِ الکترون و پُزیترون است. بار ِ الکتریکی ی ِ اتم ِ پُزیترونیم صفر است، در حال ی که بار ِ الکتریکی ی ِ (7) اصلاً مشخّص نیست.)

به چنین قاعده‌ها یی قاعده‌ها ی ِ اَبَرانتخاب می‌گویند. هر قاعده ی ِ اَبَرانتخاب ی متناظر است با یک عمل‌گر ِ هرمیتی و این اصل که حالت‌ها ی ِ فیزیکی باید ویژه‌حالت ِ آن عمل‌گر ِ هرمیتی باشند.

در مدل ِ استاندارد ِ ذرّات ِ بنیادی اصل ِ ابرانتخاب ی هست که می‌گوید ترکیب‌ها یی مثل ِ (5) حالت ِ فیزیکی ی ِ هیچ ذرّه ای نیستند. عددها ی ِ کوانتمی ای که باید پایسته باشند، تعداد ِ لِپتون‌ها ی ِ نوع ِ الکترون و تعداد ِ لپتون‌ها ی ِ نوع ِ میوئون اند. این دو عدد ِ کوانتمی، عدد ِ لپتونی ی ِ نوع ِ الکترون و عدد ِ لپتونی ی ِ نوع میوئون نام دارند.

پس وقت ی ترکیب ی مثل ِ (5) را می‌نویسیم، در واقع فرض کرده ایم که این اصل ِ ابرانتخاب معتبر نیست، یا به بیان ِ دیگر، فرض کرده ایم عددها ی ِ لپتونی ی ِ نوع ِ الکترون و نوع ِ میوئون هیچ کدام به تنهایی پایسته نیستند، امّا هنوز مجموع ِ این دو عدد پایسته است.

وقت ی می‌گوییم جرم ِ ذرّه ای m است، یعنی بین ِ انرژی و تکانه اش رابطه ی ِ $E^2 - c^2\,P^2 = m^2\,c^4$ برقرار است. اینک فرض کنید چیزها یی که در طبیعت به نام ِ نوترینو ی ِ الکترون و نوترینو ی ِ میوئون می‌شناسیم در واقع ترکیب‌ها ی ِ (5) باشند. به‌علاوه، فرض کنید که ν_1 و ν_2 جرم‌ها ی ِ مختلف ی داشته باشند، m_1 و m_2.

فرض کنید که در لحظه ی ِ $t = 0$ یک نوترینو ی ِ الکترون، یعنی ترکیب ِ (5)، در مبدأ ِ مختصّات به وجود بیاید (مثلاً از یک واپاشی ی ِ بتا). فرض کنید که تکانه ی ِ این نوترینو ی ِ الکترون p و در راستا ی ِ محور ِ x باشد. معنی ی ِ این حرف این است که در $t = 0$ دو نوترینو، یک ی ν_1 و دیگری ν_2 به وجود آمده اند و تکانه ی ِ هر دو p و در راستا ی ِ x است. فرض کنید که p از $m_1\,c$ و $m_2\,c$ خیل ی بزرگ‌تر باشد. در این صورت انرژ ی ِ ν_1 و ν_2 چنین است

$$E_i = c\,p + \frac{m_i^2\,c^3}{2p} \tag{8}$$

دقّت کنید که E_1 و E_2 فرق دارند. پس این ν_e ویژه‌حالت ـِ انرژی نیست! دلیل اش هم خیلی ساده است: ν_e ترکیب ـِ خطّی ی ـِ ν_1 و ν_2 است که جرم‌ها ی ـِ مختلف ی دارند، پس خود اش جرم ـِ مشخّص ی ندارد.

ببینیم تحوّل ـِ زمانی ی ـِ ν_e چیست. ابتدا توجّه می‌کنیم که چون p از $m_1\,c$ و $m_2\,c$ خیل ی بیش‌تر است، هم ν_1 و هم ν_2 فرانسبیّتی اند، یعنی با تقریب ـِ بسیار خوب ی سرعت‌ها ی ـِ شان همان سرعت ـِ نور است. به بیان ـِ دیگر، با تقریب ـِ بسیار خوب ی معادله ی ـِ مسیر ـِ هر دو $x = ct$ است. اکنون داریم

$$E_i\,t - p\,x = c\,p\,t + \frac{m_i^2\,c^3}{2p}\,t - p\,x = \frac{m_i^2\,c^3\,t}{2p} \tag{9}$$

از این جا به ساده‌گی می‌توان دید که با گذشت ـِ زمان چه روی می‌دهد:

$$\nu_e(t,x) = \cos\alpha\,e^{-i(E_1 t - px)/\hbar}\;\nu_1(0,0) + \sin\alpha\,e^{-i(E_2 t - px)/\hbar}\;\nu_2(0,0). \tag{10}$$

و پس از گذشت ـِ مسافت ـِ ℓ خواهیم داشت

$$\nu_e(\ell) = (\text{phase}) \times \left(\cos\alpha\;\nu_1(0,0) + \sin\alpha\;\exp\left(i\frac{\Delta m^2\;c^2\ell}{p\hbar}\right)\;\nu_2(0,0)\right) \tag{11}$$

در این‌جا $\Delta m^2 := m_2^2 - m_1^2$. اختلافِ‌فاز ی که به این ترتیب بین ـِ مؤلفه‌ها ی ـِ ν_1 و ν_2 ظاهر می‌شود باعث می‌شود که پس از طی ی ـِ مسافت ـِ ℓ، نوترینو یی که در ابتدا ν_e بوده با احتمال ـِ

$$P(\nu_e \longrightarrow \nu_\mu) = \sin^2 2\alpha\;\;\sin^2\left(\frac{\Delta m^2\;c^2\ell}{2p\hbar}\right) \tag{12}$$

به ν_μ تبدیل شود. طولِ‌موج ـِ این نوسان ـِ طعم ـِ نوترینو برابر است با

$$\lambda = \frac{2hp}{\Delta m^2\;c^2} \tag{13}$$

این طولِ‌موج ـِ نوسان می‌تواند یک مقدار ـِ بزرگ باشد. مثلاً برا ی ـِ نوترینوها یی با تکانه ی ـِ $100\,\mathrm{MeV}/c$، اگر Δm^2 در حدود ـِ $(0.1\,\mathrm{eV}/c^2)^2$ باشد، λ در حدود ـِ چند صد متر به دست می‌آید.

خلاصه: فرض کنید ν_e و ν_μ واقعاً ترکیب‌ها ی ـِ (5) از ν_1 و ν_2 باشند، و ν_1 و ν_2 کم ی اختلاف ـِ جرم داشته باشند. اگر در یک جا در نتیجه ی ـِ یک واپاشی ی ـِ بتا، یک ν_e درست شد، این نوترینو پس از طی ی ـِ مسافت ـِ $\lambda/2$ دیگر ν_e نیست، ν_μ است! این رفت‌وبرگشت ـِ "یک" نوترینو بین ـِ دو طعم ـِ الکترون و میوئون، نوسان ـِ طعم نام دارد.

چند مرجع برا ی ـِ مطالعه ی ـِ بیش‌تر

[1] J. Steinberger: "What do we learn from Neutrinos?", *Science*, vol. 259 (26 Mar 1993).

ترجمه ی ِ این مقاله در مجلهٔ فیزیک، جلد ِ ۱۱ (۱۳۷۲)، صص. ۷۴ تا ۸۰ چاپ شده است.

[2] F. Reines: "The neutrino: from poltergeist to particle", *Reviews of Modern Physics*, vol. 68, pp. 317–326 (1996)

[3] K. Zuber: "On the physics of massive neutrinos", *Physics Reports*, vol. 305, pp. 295–364 (1998)

[4] L. Wolfenstein: "Neutrino physics", *Reviews of Modern Physics*, vol. 71, pp. S140–S144 (1999)

شار ِ انرژی ی ِ خورشیدی در سطح ِ زمین $1400\,\mathrm{W\,m^{-2}}$ است. شار ِ انرژی ی ِ نوترینوها ی ِ خورشیدی، در سطح ِ زمین، حدود ِ 5 درصد ِ این مقدار، یعنی $70\,\mathrm{W\,m^{-2}}$ است. انرژی ی ِ بیش‌تر ِ نوترینوها ی ِ خورشیدی (نوترینوها ی ِ $p+p \to D+e^{+}+\nu$) حد ِ اکثر $0.4\,\mathrm{MeV}$ است. به این ترتیب شار ِ این نوترینوها، رو ی ِ زمین، می‌شود

$$70\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m^2\,s}} \times \frac{1\,\mathrm{eV}}{1.6\times 10^{-19}\,\mathrm{J}} \times \frac{\mathrm{neutrino}}{0.4\times 10^{6}\,\mathrm{eV}} \times \left(\frac{1\,\mathrm{m}}{100\,\mathrm{cm}}\right)^{2} \sim 10^{11}\,\frac{\mathrm{neutrino}}{\mathrm{cm^2\,s}}.$$

بنا بر محاسبه ی ِ باکال و پَنسُنو[1] عدد ِ دقیق ِ این شار چنین است:

منشاء	شار/$(10^{10}\,\mathrm{cm^{-2}\,s^{-1}})$
pp	6.0
pep	0.014
^{7}Be	0.49
^{8}B	0.00057
^{13}N	0.049
^{15}O	0.043
^{17}F	0.00054

1) J. N. Bahcall, M. H. Pinsonneault: "Standard solar models, with and without helium diffusion, and the solar neutrino Problem", *Reviews of Modern Physics*, vol. 64, pp. 885-926 (1992)