

## تابش - موج‌ها و کوانتم‌ها<sup>۱</sup>

یادداشت لوئی دوبرئی<sup>(a)</sup>، ارائه شده توسط ژان پرن<sup>(b)</sup>

جسم مادی متحرکی را در نظر بگیریم، به جرم سکون  $m_0$  که نسبت به ناظر ثابتی با سرعت  $v = \beta c$  (که  $\beta < 1$  است) حرکت کند. طبق اصل لختی انرژی، این جسم باید انرژی درونی‌ای برابر با  $m_0 c^2$  داشته باشد. از سوی دیگر، اصل کوانتومی می‌گوید که این انرژی درونی مربوط است به یک پدیده‌ی تناوبی ساده با بسامد  $\nu_0$ ، به طوری که

$$h \nu_0 = m_0 c^2,$$

که در آن  $c$ ، طبق معمول، سرعت حدی نظریه‌ی نسبیت و  $h$  ثابت پلانک است. برای این ناظر ثابت، بسامد  $\nu = \frac{m_0 c^2}{h \sqrt{1 - \beta^2}}$  مربوط است به انرژی کل جسم متحرک. اما اگر این ناظر ثابت پدیده‌ی متناوب درونی جسم متحرک را مشاهده کند، آن را به صورت کُند شده خواهد دید و به آن بسامد  $\nu_1 = \nu_0 \sqrt{1 - \beta^2}$  را نسبت می‌دهد؛ پس برای او پدیده به صورت زیر تغییر خواهد کرد

$$\sin 2\pi \nu_1 t.$$

اکنون فرض کنیم در زمان  $t = 0$  جسم متحرک در فضا، بر موجی با بسامد  $\nu$ ، که در بالا تعریف شد، منطبق است؛ موجی که با سرعت  $\frac{c}{\beta}$  در همان جهت جسم منتشر می‌شود. این موج، که سرعتی بیش از  $c$  دارد، ربطی به انتقال انرژی ندارد، و ما تنها آن را به عنوان یک موج خیالی مربوط به حرکت جسم در نظر می‌گیریم.

<sup>1</sup> در مورد این یادداشت رجوع کنید به

Brillouin, *Comptes rendus*, Vol. 168, 1919, p.1318

اصل این مقاله در

*Comptes rendus*, Vol. 177, 1923, pp. 507-510

چاپ شده است. این ترجمه از ترجمه‌ی انگلیسی بریجیت و بارتون لین<sup>(d)</sup> انجام شده است.

ترجمه‌ی مریم حاجی رحیمی

من ادعا می‌کنم که اگر در زمان  $t = 0$ ، بین بردارهای موج و پدیده‌ی درونی جسم یک تطابق فاز وجود داشته باشد، این تطابق فاز حفظ می‌شود. در واقع، در زمان  $t$  جسم در فاصله‌ی  $x = vt$  از مبدأ است؛ پس حرکت درونی آن با  $\sin 2\pi\nu_1 \frac{x}{v}$  نشان داده می‌شود.

در این نقطه، موج به صورت زیر نمایش داده می‌شود

$$\sin 2\pi\nu \left( t - \frac{x\beta}{c} \right) = \sin 2\pi\nu x \left( \frac{1}{v} - \frac{\beta}{c} \right).$$

این دو تابع سینوسی با هم برابرند، و تطابق فاز در صورتی تحقق می‌یابد که

$$\nu_1 = \nu(1 - \beta^2),$$

و این شرطی است که آشکارا توسط تعاریف  $\nu$  و  $\nu_1$  برآورده می‌شود.

نشان دادن این نتیجه‌ی مهم منحصراً براساس اصل نسبیت خاص است، و این که رابطه‌ی کوانتومی همان قدر برای ناظر متحرک [همراه جسم] درست است که برای ناظر ثابت.

بیایید این را برای یک اتم نور به کار ببریم. در جای دیگری<sup>2</sup> نشان داده‌ام که اتم نور باید به صورت یک جسم متحرک به جرم بسیار کم (کوچک‌تر از  $10^{-50}$  g) در نظر گرفته شود که با سرعتی بسیار نزدیک به  $c$  (گرچه کمی کم‌تر از آن) حرکت می‌کند. پس به این نتیجه می‌رسیم: اتم نور، که به دلیل انرژی کلش معادل تابشی با بسامد  $\nu$  است، محمول یک پدیده‌ی تناوبی درونی است که، از دید ناظر ثابت، در هر نقطه از فضا دارای همان فاز یک موج با بسامد  $\nu$  است، که با سرعتی خیلی نزدیک به ثابتی که سرعت نور نامیده می‌شود، (گرچه به طور خیلی ناچیزی بیش از آن) در همان جهت انتشار می‌یابد.

بیایید مورد الکترونی را در نظر بگیریم که با سرعتی کمی کم‌تر از  $c$  بر مسیر بسته‌ای حرکت می‌کند. در زمان  $t = 0$ ، جسم در نقطه‌ی  $O$  است. موج خیالی وابسته به آن، که از نقطه‌ی  $O$  شروع شده و همه‌ی مسیر را با سرعت  $\frac{c}{\beta}$  می‌پیماید، در زمان  $\tau$  و در نقطه‌ی  $O'$  به الکترون می‌رسد، طوری که  $\overline{OO'} = \beta c\tau$ .

پس داریم

$$\tau = \frac{\beta}{c}[\beta c(\tau + T_r)], \quad \text{یا} \quad \tau = \frac{\beta^2}{1 - \beta^2} T_r,$$

که در این جا  $T_r$  دوره‌ی تناوب گردش الکترون در مدارش است. فاز درونی الکترون، وقتی الکترون از  $O$  به  $O'$  می‌رود، به اندازه‌ی زیر تغییر می‌کند

$$2\pi\nu_1\tau = 2\pi\frac{m_0c^2}{h}T_r\frac{\beta^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

تقریباً لازم است فرض کنیم که مسیر الکترون تنها در صورتی پایدار خواهد بود که موج خیالی هنگام عبور از  $O'$  به طور هم‌فاز با الکترون به آن برسد: موجی که بسامدش  $\nu$  و سرعتش  $\frac{c}{\beta}$  است، باید در طول مسیر در تشدید باشد. این منجر به شرط زیر می‌شود

$$\frac{m_0 \beta^2 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} T_r = nh \quad n \text{ صحیح}$$

بگذارید نشان دهیم که این شرط پایداری همان شرط نظریه‌های بور<sup>e</sup> و ژرفیلد<sup>f</sup> است، برای مسیری که با سرعت ثابت طی می‌شود. بیا باید تکانه‌های الکترون در امتداد سه محور متعامد را  $p_x$  و  $p_y$  و  $p_z$  بنامیم. شرط عمومی پایداری که توسط اینشتین<sup>g</sup> فرمول‌بندی شده به صورت-

$$\int_0^{T_r} (p_x dx + p_y dy + p_z dz) = nh, \quad (n \text{ عدد صحیح})^3$$

است که، در این حالت هم مثل قبل می‌توان آن را به شکل-

$$\int_0^{T_r} \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) dt = \frac{m_0 \beta^2 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} T_r = nh$$

نوشت.

در مورد یک الکترون که با سرعت زاویه‌ای  $\omega$  در یک مدار دایره‌ای به شعاع  $R$  می‌گردد، دوباره برای سرعت‌های به قدر کافی کوچک فرمول اولیه بور را به دست می‌آوریم:  $m_0 \omega R^2 = n \frac{h}{2\pi}$ . اگر سرعت در امتداد طول مسیر تغییر کند، اگر  $\beta$  کوچک باشد باز فرمول بور-اینشتین را به دست می‌آوریم. اگر  $\beta$  مقادیر بزرگ بگیرد، معادله پیچیده‌تر می‌شود و نیاز به یک بررسی خاص دارد. با پژوهش در این مسیر به نتایج مهمی رسیده‌ایم، که به زودی منتشر خواهد شد. تا این جا می‌توانیم پدیده‌های پراش و تداخل را با حساب آوردن کوانتومی بودن نور توضیح دهیم.

## اسامی خاص

<sup>a)</sup> Louis de Broglie, <sup>b)</sup> Jean Perrin, <sup>c)</sup> Brillouin, <sup>d)</sup> Brigitte and Barton Lane, <sup>e)</sup> Bohr, <sup>f)</sup> Sommerfeld, <sup>g)</sup> Einstein,

---

<sup>3</sup> حرکت شبه‌دوره‌ای مشکل جدیدی به وجود نمی‌آورد. این که شرطی که در متن آورده شده باید برای بی‌نهایت شبه‌دوره‌ی تناوب درست باشد به شرط ژرفیلد منجر می‌شود.