چرا ستاره‌ها چشمک می‌زنند؟[1]

محمد خرمی mamwad@mailaps.org X1-026 (2004/09/13)

چشمک‌زدن ِ ستاره‌ها بررسی می‌شود. علت ِ این پدیده آن است که طول ِ هم‌دوسی یِ نور ِ ستاره‌ها، از طول ِ مشخصه یِ ناهم‌گنی‌ها یِ جَو بیش‌تر است. طول ِ هم‌دوسی بر حسب ِ اندازه یِ زاویه‌ای یِ جسم و طولِ‌موج ِ تابش ِ گسیلیده از آن به دست می‌آید.

0 مقدمه

یک ی از راه‌ها یِ ساده ای که برا یِ تشخیص ِ ستاره از سیاره پیش‌نهاد می‌شود این است که ستاره‌ها چشمک می‌زنند و سیاره‌ها چشمک نمی‌زنند. علت ِ چشمک‌زدن آن است که جَو ِ زمین کاملاً هم‌گن نیست و نور را می‌پراکند. اگر نور ی که به جَو می‌رسد، در مقیاس ی بزرگ‌تر از طول ِ مشخصه یِ ناهم‌گنی یِ جَو هم‌دوس باشد، جَو مثل ِ یک توری یِ پراش عمل می‌کند و این نور را در فقط زاویه‌ها یِ خاص ی می‌گذراند. جَو ِ زمین (و ناهم‌گنی‌ها یَش) ساکن نیست و به همین خاطر جهت ِ انتشار ِ نور ِ چشمه، پس از گذشتن از جَو با زمان تغییر می‌کند. این یعنی جهت ِ ظاهری یِ چشمه، با زمان جابه‌جا می‌شود: در یک لحظه چشمه را در یک جهت می‌بینیم و کم ی بعد در یک جهت ِ نزدیک به آن. انگار چشمه یِ قبلی خاموش شده و چشمه یِ جدید ی در یک جهت ِ دیگر (نزدیک به جهت ِ قبلی) روشن شده است. این چشمک‌زدن است.

برا یِ چشمک‌زدن، نور ِ حاصل از چشمه باید در جَو پراشیده شود، و برا یِ این لازم است طول ِ هم‌دوسی یِ این نور در جَو بیش از طول ِ مشخصه یِ ناهم‌گنی‌ها یِ جَو باشد. نورها یِ حاصل از نقطه‌ها یِ مختلف ِ یک چشمه یِ بزرگ (در مقایسه با طولِ‌موج) علی‌الاصول رابطه یِ فازی یِ معین ی با هم ندارند. خواهیم دید با وجود ِ این موج‌ها یِ حاصل از یک چشمه یِ بزرگ در دو

[1] این مقاله، با اجازه ی ِ نویسنده، از منزل‌گاه ِ نویسنده برداشته شده است، و همه ی ِ حقوق ِ آن برا ی ِ نویسنده محفوظ است.

نقطه یِ فضا رابطه یِ فازی یِ مشخص با هم دارند (یعنی یک ی مضرب ی از دیگر ی است) به شرط ِ آن که فاصله یِ این دونقطه از هم از حد ِ معین ی کم‌تر باشد. به این حد طول ِ هم‌دوسی می‌گویند.

1 طول ِ هم‌دوسی

چشمه یِ یک موج در نقطه یِ $\mathbf{r}'$ را با $S(\mathbf{r}')$ نشان می‌دهیم. خود ِ موج در نقطه یِ $\mathbf{r}$ را با $\psi(\mathbf{r})$ نشان می‌دهیم. در این صورت داریم

$$\psi(\mathbf{r}) = \int \mathrm{d}^3r'\ \frac{e^{i\,k\,|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\,S(\mathbf{r}'). \tag{1}$$

انتگرال‌گیری رو یِ چشمه است. این رابطه برا یِ فضا یِ سه‌بعدی نوشته شده و ψ و S هم تبدیل ِ فوریه [a] یِ زمانی یِ موج و چشمه اند. k هم عدد ِ موج است:

$$k = \frac{\omega}{c}, \tag{2}$$

که ω بس‌آمد ِ زاویه‌ای و c سرعت ِ انتشار ِ موج است. این‌ها را می‌شود در مثلاً [1] پیدا کرد.

هدف مقایسه یِ $\psi(\mathbf{r}+\Delta\mathbf{r})$ با $\psi(\mathbf{r})$ است. دور از چشمه، (که فرض می‌شود جای‌گزیده است) عبارت ِ (1) می‌شود

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{e^{i\,k\,r}}{r}\int \mathrm{d}^3r'\ e^{i\,k\,(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|-r)}\,S(\mathbf{r}'). \tag{3}$$

داریم

$$|\mathbf{r}-\mathbf{r}'+\Delta\mathbf{r}| = |\mathbf{r}-\mathbf{r}'| + \frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\cdot\Delta\mathbf{r}, \qquad |\Delta\mathbf{r}| \ll |\mathbf{r}-\mathbf{r}'| \tag{4}$$

اگر اندازه یِ چشمه (که فرض می‌شود حول ِ مبدئ جای‌گزیده است) خیل ی کوچک‌تر از فاصله تا چشمه باشد، طرف ِ راست را می‌شود ساده‌تر کرد:

$$|\mathbf{r}-\mathbf{r}'+\Delta\mathbf{r}| = |\mathbf{r}-\mathbf{r}'| + \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}\cdot\Delta\mathbf{r} + O\left(\frac{r'}{r}\,|\Delta\mathbf{r}|\right), \qquad |\Delta\mathbf{r}| \ll |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|,\ r' \ll r. \tag{5}$$

حالا فرض کنید

$$k\,\frac{r'}{r}\,|\Delta\mathbf{r}| \ll 2\pi. \tag{6}$$

در این صورت از (3) نتیجه می‌شود

$$\psi(\mathbf{r}+\Delta\mathbf{r}) = e^{i\,\mathbf{k}\cdot\Delta\mathbf{r}}\,\frac{e^{i\,k\,r}}{r}\int \mathrm{d}^3r'\ e^{i\,k\,(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|-r)}\,S(\mathbf{r}'), \tag{7}$$

که

$$\mathbf{k} := \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}\, k. \tag{8}$$

از مقایسه یِ (7) با (3) نتیجه می‌شود

$$\psi(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}) = e^{i\,\mathbf{k}\cdot\Delta\mathbf{r}}\,\psi(\mathbf{r}). \tag{9}$$

این نشان می‌دهد رابطه یِ بین ـِ $\psi(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r})$ و $\psi(\mathbf{r})$ شبیه ـِ رابطه یِ بین ـِ مقدار ـِ یک موج ـِ هم‌دوس با بردارِموج ـِ $\mathbf{k}$ در نقطه‌ها یِ $\mathbf{r}$ و $(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r})$ است. توجه کنید که برا یِ رسیدن به (9) از شکل ـِ $S(\mathbf{r}')$ استفاده نشده. در واقع چیز ی که به دست آمده آن است که اختلافِ‌فاز ـِ نقطه یِ $(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r})$ با هر یک از نقطه‌ها یِ چشمه، برابر است با اختلافِ‌فاز ـِ نقطه یِ $\mathbf{r}$ با همان نقطه یِ چشمه به اضافه یِ مقدار ی که به نقطه یِ چشمه بسته‌گی ندارد.

البته شرط ـِ درستی یِ (9) آن است که (6) برقرار باشد. رابطه یِ اخیر را می‌شود چنین نوشت.

$$|\Delta\mathbf{r}| \ll \ell_{\mathrm{c}}, \tag{10}$$

که

$$\ell_{\mathrm{c}} := \frac{\lambda}{\theta}. \tag{11}$$

ℓ_{c} طول ـِ هم‌دوسی، λ طولِ‌موج، و θ اندازه یِ زاویه‌ای یِ چشمه است. خلاصه این که موج حاصل از چشمه، در فاصله‌ها یی کوچک‌تر از طول ـِ هم‌دوسی مثل ـِ یک موج ـِ هم‌دوس رفتار می‌کند.

2 ناهم‌گنی‌ها یِ جَو و چشمک‌زدن

ناهم‌گنی‌ها یِ جَو باعث ـِ پراکنده‌گی یِ نور ـِ گذرنده از جَو می‌شود. مقیاس ـِ طولی یِ این ناهم‌گنی‌ها (ℓ_{i}) از مرتبه یِ متر است [2]:

$$\ell_{\mathrm{i}} \sim 1\ \mathrm{m}. \tag{12}$$

اگر طول ـِ هم‌دوسی یِ نور ـِ حاصل از چشمه بزرگ‌تر از این طول باشد، ناهم‌گنی‌ها یِ جَو این نور را پراش می‌دهند و باعث می‌شوند این نور در زاویه‌ها یِ خاص ی پراکنده شود. البته ناهم‌گنی‌ها یِ جَو وابسته به زمان اند و به همین خاطر جهت ـِ انتشار ـِ نور ـِ پراکنده، با زمان تغییر می‌کند. همین باعث می‌شود به نظر برسد جا یِ چشمه، با زمان تغییر می‌کند.

از برابرگذاشتن ـِ ℓ_{c} با ℓ_{i} یک مقیاس برا یِ اندازه یِ زاویه‌ای یِ چشمه به دست می‌آید:

$$\theta_0 \sim \lambda\,\mathrm{m}^{-1}. \tag{13}$$

اگر اندازه ي زاویه‌ای يِ چشمه ای خیل ی کوچک‌تر از این حد باشد، این چشمه چشمک می‌زند. اگر اندازه يِ زاویه‌ای يِ چشمه ای خیل ی بزرگ‌تر از این حد باشد، این چشمه چشمک نمی‌زند. برا يِ نور ِ مرئی با طولِ‌موج ِ از 400 nm تا 800 nm،

$$\theta_0 \sim 10^{-6}. \tag{14}$$

اندازه يِ زاویه‌ای يِ سیاره‌ها یی که با چشم ِ غیر ِ مسلح قابلِ‌دیدن اند، بین ِ 10^{-5} تا 10^{-4} است. (قطر ِ این سیاره‌ها و فاصله یِشان از زمین، در مثلاً پی‌وست ِ 10 از [3] آمده است.) فاصله يِ نزدیک‌ترین ستاره از ما 1.3 pc (حدود ِ 4×10^{16} m) است (مثلاً پی‌وست ِ 13 از [3]). اگر قطر ِ این ستاره را از مرتبه يِ قطر ِ خورشید (1.4×10^{9} m) بگیریم، اندازه يِ زاویه‌ای يِ آن از مرتبه يِ 10^{-7} می‌شود. پس اندازه يِ زاویه‌ای يِ ستاره‌ها (جز خورشید) از 10^{-7} کم‌تر است.

به این ترتیب، اندازه يِ زاویه‌ای يِ سیاره‌ها یی که با چشم ِ غیرِمسلح قابلِ‌دیدن اند بیش از θ_0، و اندازه يِ زاویه‌ای يِ ستاره‌ها کم‌تر از θ_0 است. سیاره‌ها چشمک نمی‌زنند و ستاره‌ها چشمک می‌زنند.

3 مرجع‌ها

[1] John David Jackson; "Classical electrodynamics", 3rd edition (John Wiley & Sons, 1998) chapter 9

[2] F. Graham Smith & Terry A. King; "Optics and photonics: an introduction", (John Wiley & Sons, 2000) section 2.16

[3] George O. Abell, David Morrison, & Sidney C. Wolff; "Exploration of the universe", fifth edition (Saunders College Publishing, 1987)

4 اسم ِ خاص

[a] Fourier