

## وحدت - چهار نیرو در ابعاد - بالا و مسئله‌ی مقیاس‌ها

فرهنگ لران<sup>۱</sup>

مسئله‌ی مقیاس‌ها در وحدت - نیروهای - الکترووضعیف و گرانش توضیح داده شده، و رهیافت‌های ADD و RS در حل - آن مرور می‌شود. در روش ADD فرض می‌شود که فضازمان  $n + 4$  بعدی است، که  $n \geq 2$ . درستی این رهیافت به این معنا است که قانون جاذبه‌ی نیوتون در فواصل - کوچک‌تر از میلی‌متر اصلاح می‌شود. در رهیافت RS فرض بر این است که دنیای چهاربعدی - ما شامه<sup>۲</sup> ای است که در یک فضای - پنج بعدی - AdS قرار گرفته است.

برای آن که به وجود - ابعاد - دیگری به جز چهاربعد - معمول، یعنی سه بعد - فضایی و یک بعد - زمان، باور داشته باشیم دلایل - متفاوتی هست. این دلایل البته هیچ کدام بر شواهد - مستقیم - آزمایش گاهی استوار نیست. در واقع، مشاهدات - تجربی، و یا انتظارات - نظری ای هست که تبیین - آن‌ها تا کنون به کمک - نظریه‌هایی که در چارچوب - چهاربعدی نوشته می‌شود ممکن نشده است. از این رو گروهی از فیزیک‌پیشه‌ها به سراغ نظریه‌هایی رفتند که در آن‌ها ابعاد - فضازمان را بیش از چهار بعد می‌گیرند.

نخستین نظریه از این دست نظریه‌ی - کالوتسا - کلاین<sup>a</sup> است که برای - وحدت بخشیدن به نیروهای - الکترومغناطیسی و گرانشی ارائه شده است. در ابتدای - قرن - بیستم سه نیروی - الکتریکی، مغناطیسی، و گرانشی به خوبی شناخته شده بودند. وحدت - بین - دونیروی - الکتریکی و مغناطیسی، پیش‌تر در چارچوب - نظریه‌ی - الکترومغناطیس - ماکسول به دست آمده بود. می‌دانیم که ارائه‌ی آن نظریه - وحدت، منجر به پیش‌آمدی‌هایی شد که بعداً همگی در آزمایش‌گاه تأیید شدند. از جمله، ثابت بودن - <sup>c</sup>، سرعت - انتشار - امواج - الکترومغناطیسی نسبت به تمامی - ناظرهای - لخت، که بعداً پایه‌ی آن - نسبیت - خاص اینشتین شد، ولی در همان زمان باعث شد که فیزیک‌پیشه‌ها حدس بزنند که نور همان موج - الکترومغناطیسی است. حدسی که به نوبه‌ی خود با آزمایش - هرتس به تأیید - تجربه رسید. در

<sup>1</sup> دانش‌کده‌ی فیزیک، دانش‌گاه صنعتی - اصفهان

<sup>2</sup> توضیح - ویراستار: در فرهنگ بزرگ سخن چنین آمده: شامه، پوشش نرم و نازک سطح بعضی لوله‌ها یا حفره‌های بدن مانند قلب و کلیه.

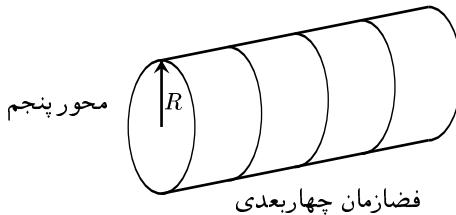
تیودور کالوتسا در ۱۹۱۹ متوجه شد که معادله‌ی اینشتین در ۵ بعد به نوعی معادله‌ها‌ی ماکسول را هم در بر دارد. ایده را برای اینشتین نوشت. اینشتین او را تشویق کرد که ایده را دنبال کند. مقاله‌ی کالوتسا در ۱۹۲۱ منتشر شد.



سال ۱۲۹۸ ش. (۱۹۱۹ م)، کالوتسا نشان داد که با فرض یک فضازمان پنج بعدی، می‌شود از معادلات نسبیت عام برای گرانش پنج بعدی، معادلات نسبیت عام چهار بعدی و معادلات ماکسول را یک جا به دست آورد. نظریه‌ی نسبیت عام مدلی است که اینشتین برای توصیف دینامیک فضازمان پیش‌نهاد کرد. این نظریه تا کنون ازتمامی آزمایش‌ها سربلند بیرون آمده است [۱].

پس اگر جهان ما در واقع یک جهان پنج بعدی باشد، ولی به دلیلی پنجمین بعد از دید ما پنهان باشد، آن گاه در مدل کالوتسا کلاین آثار گرانشی بعد پنجم در جهان چهار بعدی به صورت نیروی الکترومغناطیس ماسکولی ظاهر می‌شود. کالوتسا، برای پنهان کردن بعد پنجم فرض کرد که محور فضایی نظیر پنجمین بعد، به صورت حلقه‌ای در آمده است، و این حلقه آن چنان ریز است که حرکت ذرات در راستای آن محسوس نیست. شکل ۱ را ببینید.

کالوتسا مقاله‌اش را برای اینشتین<sup>(۱)</sup> فرستاد، چرا که در آن زمان نشریه‌های علمی مقالات را تنها از دست فیزیک‌پیشه‌ها‌ی بنام می‌گرفتند. متأسفانه اینشتین از ایده‌ی کالوتسا خوش نیامد و مقاله‌ی او را بیش از دو سال مسکوت گذاشت. اشکال اصلی مدل کالوتسا در این بود که در آن



شکل ۱

فرض می‌شد میدان‌ها مستقل از پنجمین درجه‌ی آزادی‌اند. فرضی که برای درستی آن دلیل قانون‌کننده‌ای در دست نبود. به هر حال اینشتین در سال ۱۳۰۵ ش متقاعد شد که مقاله را منتشر کند [2]. در سال ۱۳۰۵ ش، کلاین نظریه‌ی کالوتسا را کامل کرد. وی با کوانتومی کردن نظریه‌ی کلاسیک کالوتسا نشان داد که اگر شعاع این حلقه از مرتبه‌ی  $10^{-32} \text{ cm}$  باشد، آن گاه این نظریه با تجربه‌ی روزمره‌ی ما که در آن شاهد مستقیمی از وجود بعد پنجم حاضر نیست می‌خواند، و اشکالی که اینشتین به آن وارد دانسته بود نیز برطرف می‌شد. می‌دانیم که در مکانیک موجی تکانه‌ی خطی در راستای محور پنجم تنها مقادیر گستته‌ی

$$p_n = \frac{n h}{2 \pi R}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

را اختیار می‌کند که در آن  $h$  ثابت پلانک<sup>(c)</sup> است. پس اگر فرض کنیم  $\ell_{\text{pl}} \approx R$  که در آن  $\ell_{\text{pl}} = 10^{-32} \text{ cm}$  طول پلانک است، انرژی لازم برای نخستین برانگیختگی در راستای محور پنجم، چیزی از مرتبه‌ی انرژی پلانک،  $E_{\text{pl}}$ ، خواهد بود که بسیار دور از دسترس است. در نتیجه از هر میدانی تنها مُد صفرم آن، که نظیر  $n = 0$  است، حضور خواهد داشت که تابعی از پنجمین بعد نیست. به همین صورت اگر کسی در فکر آشکار کردن بعد پنجم از طریق آزمایشی مبتنی بر پراش نور در خلا باشد، باید از فوتون‌هایی استفاده کند که طول موج شان دست بالا  $\ell_{\text{pl}}$  باشد. واز آن جا که انرژی پلانک بسیار دور از دسترس است، شاهد مستقیمی مبنی بر وجود بعد پنجم در کار خواهد بود.

با کشف دو نیروی بنیادی دیگر، یعنی نیروهای ضعیف و قوی هسته‌ای، در میانه‌ی قرن بیستم، تلاش برای وحدت بخشیدن به چهار نیرو با علاقه‌ی روزافروزنی دنبال شد. دو نیروی الکترومغناطیسی و ضعیف هسته‌ای به سرعت وحدت یافتند. معلوم شد که در انرژی ای از مرتبه‌ی  $E_{\text{EW}} \approx 10^3 \text{ GeV}$  این دو نیرو متعدد می‌شوند، به این معنا که مثلًاً الکترون‌ها یک جور برهمنکش می‌کنند. این نظریه، که به نظریه‌ی الکتروضعیف معروف است، در شتاب‌دهنده‌هایی که رسیدن به

انرژی  $E_{\text{EW}}$  را میسر می کنند تأیید تجربی شده است. پیش بینی مدل های وحدت که وحدت بخشی به نیروهای قوی هسته ای و الکترو ضعیف را فرمول بندی می کنند این است که این نیروهای بنیادی در انرژی  $E_{\text{GUT}} \approx 10^{15} \text{ GeV}$  یکی می شوند. این انرژی اساساً از دسترس ما دور است. بزرگ ترین شباهدهای که در حال ساخته شدن است، یعنی در «برخوردهایندهایی هادر ون ها»<sup>d</sup> یا به اختصار LHC، ما را تنها به انرژی  $E_{\text{GUT}} \sim 10^{-11} \text{ TeV}$  میسر خواهد شد. این مشکل به مسئله ای مقیاس ها یا سلسله مراتب<sup>e</sup> معروف است. مسئله این است که  $E_{\text{EW}}$ ، یعنی مقیاس انرژی ای که در آن نیروهای الکترو مغناطیسی و ضعیف یکی می شوند،  $10^{12}$  بار کوچک تر از انرژی ای است که در آن این دو نیرو با نیروی قوی یکی می شوند، و این خود  $10^4$  بار کوچک تر از انرژی ای است که این سه نیرو با گرانش یکی می شوند. هر نظریه ای که بخواهد هر چهار نیرو را یکی کند، باید بتواند این سلسله مراتب را توضیح دهد، و این یافتن یک نظریه ای یگانه را بسیار مشکل کرده است.

البته این وضعیت بد مربوط به فضازمان چهار بعدی است. افزودن ابعاد بیشتر، مثلًا به روش کالوتسا کلاین، وحدت چهار نیرو را در مقیاس انرژی بسیار کمتری، و درست در همان حدودی که LHC در دسترس ما قرار می دهد امکان پذیر می کند. یکی از این مدل ها مدلی است که در [3] پیش نهاد شده است و به رهیافت ADD معروف است. در این مسئله با توجه به یافته های آزمایش گاهی نشان داده شده است که چگونه می شود با فرض وجود دست کم دو بعد اضافه، مسئله ای سلسله مراتب را حل کرد. این مدل در کنار زیبایی ها و توانایی هایی که دارد با چند اشکال اساسی هم روبرو است، که به یکی از آن ها اشاره خواهیم کرد. اهمیت این رهیافت، با وجود تمام ایراد هایش، در گشودن پنجره ای نو و به دست دادن ایده هایی نو برای حل مسئله ای وحدت است، که می شود آن ها را صرف نظر از درستی و نادرستی خود مدل، در LHC یا سایر آزمایش گاه های امروزی سنجید. ارکانی حامد و همکارانش، بحث را با بررسی اثر وجود ابعاد بالاتر بر مقدار ثابت جهانی گرانش آغاز می کنند. در بعد  $n+4$ ، قانون جهانی گرانش با رابطه  $\propto r^{-n}$  زیر داده می شود.

$$F(r) = \frac{G_{4+n} m_1 m_2}{r^{n+2}}. \quad (2)$$

در اینجا  $G_{4+n}$  ثابت جهانی گرانش در  $n+4$  بعد است. اگر  $n$  بعد این فضا مثل بعد پنجم در مدل کالوتسا کلاین بسته باشد، آن گاه برای دو ذره که به اندازه ای کافی از هم دور هستند قانون نیرو به صورت زیر در می آید:

$$F(r) = \frac{G_{4+n} m_1 m_2}{R^n r^2} \quad r \gg R, \quad (3)$$

که در آن  $R$  شعاع استوانه در هندسه ای کالوتسا کلاین است. برای آن که ببینیم این رابطه را چه

نیما ارکانی حامد، استاد دانشگاه هاروارد.



طور می‌شود از رابطه‌ی  $(2)$  به دست آورد، کافی است به شباهت قانون گرانش نیوتون و قانون کوئن<sup>f</sup> توجه کنیم. در یک فضای  $n+4$  بعدی، شار میدان الکتریکی یک بار  $q$  که از سطح کره ای به شعاع  $r$  و به مرکز بار می‌گذرد متناسب است با سطح این کره، و سطح کره با  $r^{2+n}$  متناسب است. در هندسه‌ی ریمانی، این رابطه برای  $r$  های بسیار کوچک درست است. اگر  $n$  بعد از این فضای مثل چنبره ای به شعاع  $R$  باشد، خطها ای شار میدان الکتریکی در راستا ای چنبره محبوس می‌شود. این شار با مساحت چنبره، یعنی  $R^n$  متناسب است. شار میدان الکتریکی که در سه بعد فضایی، از کره ای به شعاع  $R \gg r$  می‌گذرد با  $r^2$  متناسب است. پس کل شار با  $R^n r^2$  متناسب است. از این جا رابطه‌ی  $(3)$  به سادگی نتیجه می‌شود.

به این ترتیب  $G$ ، ثابت جهانی گرانش در فضازمان چهار بعدی، یک کمیت بنیادی نیست، و مقدارش به ثابت بنیادی  $G_{4+n}$  و هندسه‌ی فضازمان (یعنی به  $R$  و  $n$ ) بستگی دارد، به این نحو

$$G = \frac{G_{4+n}}{R^n}. \quad (4)$$

از این رو مقیاس گرانش در چهار بعد، یعنی  $E_{\text{pl}}$  هم، تابعی از مقیاس بنیادی  $E_{\text{pl},(4+n)}$  و  $R$  و  $n$  است.

$$(E_{\text{pl}})^2 = \frac{R^n}{(hc)^n} (E_{\text{pl},(4+n)})^{2+n}. \quad (5)$$

در اینجا  $h$  ثابت پلانک و  $c$  سرعت نور است. این رابطه با تحلیل ابعادی هم به سادگی به دست



لیزا رندل، استاد دانشگاه هاروارد در پاییز ۲۰۰۴ او پر ارجاع‌ترین فیزیک‌پیشه‌ی نظری پنج سال ماقبلش بود.

می‌آید. یادآوری می‌کنم که طبق تعریف،  $E_{\text{pl}}$  یک تک جمله‌ای بر حسب  $h$  و  $c$  و  $G$  است که بعد از آنرا داشته باشد. در  $n+4$  بعد

$$(E_{\text{pl}, (4+n)})^{2+n} = \frac{h^{n+1} c^{5+n}}{G_{4+n}}. \quad (6)$$

مسئله‌ی مقیاس‌ها به این صورت برطرف می‌شود که فرض کنیم انرژی مقیاس گرانشی،  $E_{\text{pl}, (4+n)}$ ، که انرژی وحدت نیروی گرانش با سایر نیروها در نظریه‌ی بنیادی  $n+4$  بعدی است، از مرتبه‌ی مقیاس وحدت الکتروضعیف است، یعنی

$$E_{\text{pl}, (4+n)} \approx E_{\text{EW}} \approx 1 \text{ TeV}. \quad (7)$$

در نتیجه، برای آن که این فرض با  $E_{\text{pl}} \approx 10^{19} \text{ GeV}$  بخواند؛ یعنی با مقداری که با سنجیدن  $h$  و  $c$  و  $G$  در آزمایش‌های اساساً چهاربعدی مان به دست آورده ایم؛ باید فرض کنیم که

$$R \approx 10^{\frac{30}{n}-19} \text{ m}. \quad (8)$$

اگر همان طور که در پیشنهاد کالوتسا - کلاین مطرح شده بود، فرض کنیم تنها یک بعد اضافه وجود دارد، یعنی  $n=1$ ، آن گاه  $10^{11} \text{ m} \approx R$  می‌شود که تقریباً برابر است با یک واحد نجومی. معنی این حرف این است که انحراف از قانون عکس‌مجذوری گرانش، در فواصلی به اندازه‌ی منظومه‌ی شمسی قابل اندازه‌گیری است. این نتیجه به وضوح با تجربه نمی‌خواند. پیش‌نهاد بعدی  $n=2$  است، که می‌گوید  $R \approx 1 \text{ mm}$  است. این با نتایج آزمایش‌گاهی می‌خواند، چرا که درستی قانون عکس‌مجذوری گرانش تنها در فاصله‌هایی از مرتبه‌ی چند سانتی‌متر سنجیده شده است.

همان طور که دیدیم، در رهیافت ADD با فرض وجود دو بعد اضافه، مسئله‌ی مقیاس‌ها حل می‌شود. اما این مدل به نوبه‌ی خود صورت دیگری از مسئله‌ی مقیاس‌ها را به وجود می‌آورد. در

واقع  $R \approx 1\text{ mm}$  مقیاسی از انرژی معرفی می‌کند که آن هم خود  $10^{16}$  بار کوچک‌تر از  $E_{EW}$  است. اندکی بعد از این داستان، رندل<sup>(g)</sup> و ساندرام<sup>(h)</sup> پیش‌نهاد دیگری کردند که اشکال بالا به آن وارد نبود. آن‌ها فرض کردند که جهان ما یک دنیای پنج‌بعدی پادسیته<sup>(i)</sup> (AdS) با تقارن  $Z_2$  باشد. فضای AdS یک حل از معادله‌ی اینشتین است با چگالی انرژی، صفو و ثابت کیهان‌شناختی منفی. در مدل اول رندل-ساندرام<sup>[4]</sup> که به مدل RS1 معروف است، متريک فضای AdS با

$$ds^2 = e^{-2kR\phi} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + R^2 d\phi^2 \quad (9)$$

داده می‌شود که در آن  $x^\mu$  ها چهار مختصه‌ی فضازمان چهار بعدی اند و  $\eta_{\mu\nu}$  متريک مينکوفسکی است. بعد پنجم یک  $S^2/Z_2$  است که با  $\phi \leq 0$  مختصه‌بندی شده است (تقارن  $Z_2$  در این مدل اين‌همانی تحت  $\phi \rightarrow -\phi$  است).  $R$  شعاع  $S^1$  است. هم از مرتبه‌ی عکس طول پلانک است. در عمل می‌شود  $S^1/Z_2$  را یک پاره‌خط به طول  $\pi R$  گرفت. می‌شود دید که فضای AdS/ $Z_2$  حل تخت اند؛ یکی با تنش مثبت و دیگری با تنش منفی. تنش همان جمله‌ی کیهان‌شناختی روی شame است. مقدار اين تنش‌ها بر حسب مقدار ثابت کیهان‌شناختی فضای پنج‌بعدی، و از شرط سارگاری تقارن  $Z_2$ ، يعني تقارن تحت  $\phi \rightarrow -\phi$  به دست می‌آيد. در مدل RS1، شame‌ای که تنش آن منفی است نظیر جهان چهار بعدی ما است. اين انتخاب به اين علت است که انرژی پلانک،  $E_{pl}$ ، به عنوان ثابت جفت‌شدنگی در نظریه‌ی مؤثر گرانش روی پادشاه، بر حسب کمیت بنیادی  $E_{pl, (5)}$ ، با رابطه‌ی زير داده می‌شود.

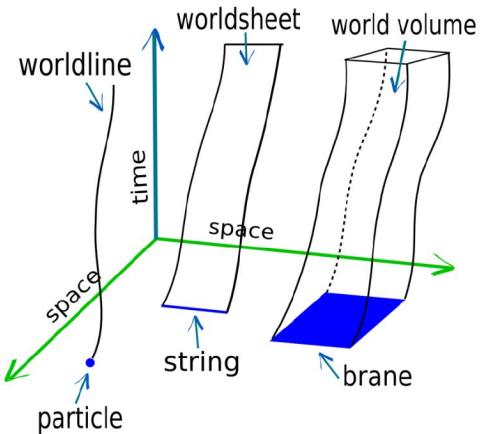
$$E_{pl}^2 = \frac{E_{pl, (5)}^3}{k} (1 - e^{-2kR\pi}). \quad (10)$$

مي‌بينيم که در حد  $kR \gg E_{pl, (5)}$  بزرگ  $E_{pl}$  است. يادآوري می‌کنم که از ابتدا فرض کردیم  $\hbar c k \approx E_{pl}$  است. از سوی دیگر روی پادشاه، مقدار جرم، فيزيکي  $m$ ، نظير جرم، بنیادي  $m_0$  با اين رابطه داده می‌شود:

$$m = e^{-kR\pi} m_0. \quad (11)$$

پس کافی است  $10^{15} \approx e^{kR\pi} \approx 50\ell_{pl}$  باشد، که يعني  $R \approx 50\ell_{pl}$  باشد تا مقیاس الکتروضعیف  $(mc^2 \approx 1\text{ TeV})$  روی پادشاه، نظیر یک مقیاس بنیادی  $E_{pl, (5)} \approx 10^{19}\text{ GeV}$  باشد. يعني با فرض  $50\ell_{pl} \approx R$  می‌شود در نظریه‌ی بنیادی پنج‌بعدی، مقیاس الکتروضعیف و گرانش را تقریباً برابر گرفت. به این ترتیب مسئله‌ی مقیاس‌ها حل می‌شود. همان طور که می‌بینید  $R$  چندان از  $\ell_{pl}$  بزرگ‌تر نیست، و در ترتیجه مسئله‌ی مقیاس‌ها دوباره تکرار نمی‌شود.

## ذره، ریسمان، شامه.



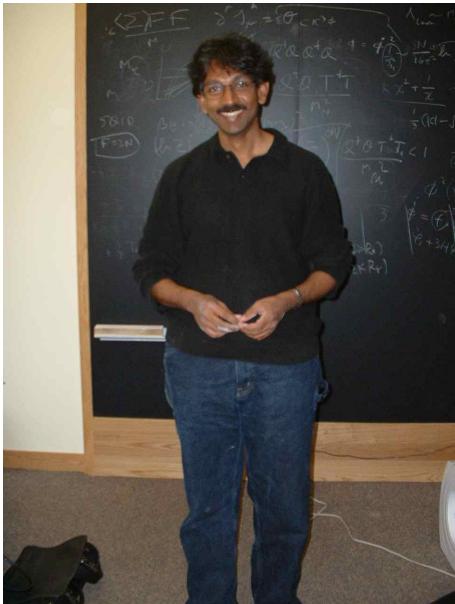
در نظریه‌های متدالوی ذره‌ها ی بینادی، هر ذره‌ی بینادی یک نقطه است که در فضای ۳ بعدی حرکت می‌کند، پس تحولش در فضازمان یک خط است. خود نقطه یک موجود ۰ بعدی است. در نظریه‌های ریسمان، به جای ذره‌ها ی ۰ بعدی، ریسمان‌ها ی ۱ بعدی در نظر گرفته می‌شود که در فضای  $n+1$  بعدی حرکت می‌کنند. مسیر ریسمان در فضازمان ۱ بعدی، رویه‌ای ۱ + ۱ بعدی است – یک بعد در امتداد ریسمان و یک بعد در امتداد زمان. ایده را می‌توان ادامه داد و موجودهایی در نظر گرفت که در فضای  $d$  بعدی آیند. تحول این‌ها در فضازمان آتروریه‌ها ی ۱ بعدی است. این‌ها را غشاء می‌گویند.

ریسمان، که موجودی است ۱ بعدی، می‌تواند باز یا بسته باشد، به این معنی که یا دو انتها ی متفاوت داشته باشد، یا مانند یک حلقه باشد. دو سر یک ریسمان باز می‌تواند آزاد باشد، یا مقید باشد. روی زیرمجموعه‌ی خاصی از فضازمان  $n+1$  بعدی حرکت کند. فضازمان را  $n+1$  بعدی بگیریم، و ریسمان‌ها یی را در نظر بگیریم که دو سر شان مقید است روی یک زیرفضای  $d$  بعدی باشد. به این زیرفضای  $d$  بعدی شامه ی  $d$  بعدی می‌گویند.

مدل RS1 در کنار این موفقیت چشم‌گیرش، چند اشکال دارد که به یکی از آن‌ها اشاره می‌کنم. همان طور که پیش‌تر گفتم، برای آن که پیکربندی مفروض برای شامه‌ها میسر باشد، جمله‌ی کیهان‌شناختی روی شامه‌ها باید صرف نظر از یک علامت  $\pm$ ، دقیقاً مساوی ثابت کیهان‌شناختی در فضای AdS باشد. چراکه وجود چنین «تنظیم دقیقی» چندان قابل توضیح نیست.

نکته‌ای که در مدل RS1 به آن پرداخته نشده است سازگاری مدل با قانون عکس‌مجذوری گرانش است، که همان طور که پیش‌تر گفته شد دلیل محکمی بر چهار بعدی بودن دنیا می‌باشد. رنیل و ساندرام در مقاله‌ی بعدی شان [5] به این موضوع پرداختند، و نشان دادند که حتی اگر بعد پنجم بی‌اندازه هم گسترشده باشد، باز قانون گرانش با دقت خوبی همان قانون عکس‌مجذوری است. این رهیافت به مدل RS2 معروف است، و همان طور که تشخیص خواهد داد تنها به مسئله‌ی گرانش می‌پردازد، و موضوع آن مسئله‌ی مقیاس‌ها نیست.

در مدل RS2، ما روی شامه‌ای زندگی می‌کنیم که تنش آن مثبت است، و شامه‌ی دیگر در دور دست، نظیر  $\infty \rightarrow R$  است. در این مدل می‌شود نشان داد که میدان گرانش روی شامه جای گزیده است، و دامنه‌ی امواج گرانشی که میدان گرانشی از شامه به بیرون می‌برد به شکل نمایی، یعنی متناسب با  $e^{-kx^5}$  کاهش می‌یابد ( $x^5$  مختصه‌ی بعد پنجم است). البته یک طیف پیوسته از



رامان ساندرام می‌خواست فیزیک را کنار بگذارد و به اقتصاد پردازد، که رتدل به او پیش‌نهاد کرد با هم روی شامه‌ها کار کنند. دو مقاله‌ای که با هم نوشتند از پرارجاع‌ترین مقاله‌های چند سال اخیر بوده است.

مُدهای کالوتسا - کلاین هست که قانون عکس‌مجدوری گرانش را به شکل زیر اصلاح می‌کند.

$$V(r) = G_N \frac{m_1 m_2}{r} \left( 1 + \frac{1}{k^2 r^2} \right). \quad (12)$$

با توجه به این که  $M_{\text{pl}} \leq k$  است، نتیجه‌ی بالا با تجربه می‌خواند. رهیافت RS2 سرآغاز مطالعه‌ی مدل‌های گوناگونی شده است که در آن‌ها گرانش روی شامه‌ها جای گزیده است [6]. در پایان چند ویژگی و تفاوت مهم رهیافت‌های ADD و RS را مرور می‌کنم.

- ۱) در مدل ADD، جهان دست کم شش بعدی است، اما در RS یک بعد بالاتر کافی است.
- ۲) در مدل ADD، جرم پلانک با  $R$  یعنی اندازه‌ی ابعاد بالاتر مناسب است، و در نتیجه این ابعاد نمی‌توانند چندان گسترش داشته باشند. در حالی که در مدل RS این بستگی به شکل نمایی است، و به سادگی می‌شود فرض کرد که  $R$  بسیار بسیار بزرگ است ( $R \rightarrow \infty$ ).
- ۳) مقیاس بنیادی در مدل ADD مقیاس انرژی الکتروضعیف، یعنی  $E_{\text{EW}} \approx 1 \text{ TeV}$  است، اما در RS1 انرژی پلانک  $E_{\text{pl}} \approx 10^{19} \text{ GeV}$  است.
- ۴) در رهیافت ADD مسئله‌ی مقیاس‌ها (سلسله مراتب) بین مقیاس‌ها ی الکتروضعیف و پلانک حل نمی‌شود، بلکه جای خود را به مسئله‌ی مقیاس‌ها بین دو طول  $R \approx 1 \text{ mm}$  و  $\frac{hc}{E_{\text{EW}}} \approx 10^{-19} \text{ m}$  می‌دهد. اما در مدل RS1 مسئله‌ی مقیاس‌ها به نحو مطلوب‌تری حل می‌شود.

(۵) رهیافت ADD با شواهد آزمایشگاهی که درستی قانون عکس مجددی گرانش را تا فاصله‌هایی به کوچکی  $0.1 \text{ mm}$  تأیید کرده اند [۸] می‌خواند، ولی مدل RS1 نه. هر چند این اشکال در مدل RS2 برطرف می‌شود، اما در مدل RS2 دوباره با مسئله‌ی مقیاس‌ها روپرتو می‌شویم.

(۶) در مدل ADD، مُدهای کالوتسا - کلاین گستته اند. البته با فرض  $1 \text{ mm} \approx R$  این مُدها خیلی سبک اند و این خود یکی از اشکالات مدل ADD است. در مدل RS2 مُدهای کالوتسا - کلاین طیف پیوسته دارند.

در هیچ یک از این دو رهیافت که مرور کردیم، توضیحی برای آن که جرا میدان‌های ذرات بنیادی روی شامه‌ی چهار بعدی ما جای گزیده اند ارائه نشده است. یادآوری می‌کنم که درستی قانون عکس مجددی کولن تا فواصل  $m \approx \frac{hc}{E_{EW}} 10^{-19}$  به تجربه تأیید شده است. برای توضیح این جای گزیدگی راه‌هایی پیشنهاد شده است. بعضی از این ایده‌ها در [۷] مرور شده اند.

## 1 مراجع

- [1] C. M. Will, *Was Einstein Right? Putting General Relativity to the Test*, Basic-Books (HarperCollins) 1993.  
ترجمه ای از این کتاب به فارسی منتشر شده است: کلیفرد ویل: آیا اینشتین درست می‌گفت؟ آزمون سبیت عام، سازمان چاپ و انتشارات وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی، تهران، ۱۳۸۳
- [2] Barry R. Parker, *Search for a Supertheory: from atoms to superstrings*, Plenum Press, New York, 1987.  
ترجمه ای از این کتاب به فارسی منتشر شده است: باری پارکر، نظریه جهان‌شمول فیزیکی، نشر مرکز، تهران، ۱۳۷۴، صص ۱۹۸ تا ۲۰۰.
- [3] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G. Dvali, “The hierarchy problem and new dimensions at a millimiter”, *Physics Letters* vol. B 429 (1998) pp. 263-272 ([arXiv: hep-ph/9803315](#)).
- [4] L. Randall, R. Sundrum, “A large mass hierarchy from a small extra Dimension”, *Physical Review Letters*, vol. 83 (1999) pp. 3370-3373.

- [5] L. Randall, R. Sundrum, “An alternative to compactification”, *Physical Review Letters*, vol. 83 (1999) pp. 4690-4693.
- [6] Philip D. Mannheim, *Brane-localized gravity*, World Scientific, 2005,
- [7] V. A. Rubakov, “Large and infinite extra dimensions: An Introduction”, *Physics-Uspekhi*, vol. 44 (2001) pp. 871-893, (an English translation of: *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*, vol 171 (2001) pp. 913-938), ([arXiv:hep-ph/0104152](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0104152))
- [8] D. J. Kapner *et al.*, “Tests of the Gravitational Inverse-Square Law below the Dark-Energy Length Scale”, *Physical Review Letters*, vol. 98 (2007) 021101.

## نام‌ها و اصطلاح‌های خاص

<sup>a)</sup> Theodor Franz Eduard Kaluza (1885 - 1954), Oscar Klein (1894 - 1977), <sup>b)</sup> A. Einstein, <sup>c)</sup> M. Planck, <sup>d)</sup> Large Hadron Collider, <sup>e)</sup> hierarchy problem, <sup>f)</sup> Charles-Augustin de Coulomb, <sup>g)</sup> Lisa Randall, <sup>h)</sup> Raman Sundrum, <sup>i)</sup> Anti-de Sitter,