یک حد ِ اخترفیزیکی رو ی ِ مدل‌ها ی ِ جهان‌شامه‌ای

فرهنگ لران

این نوشته معرفی و مرور ِ کاری است که اخیراً توسط فریدلند و جانوتّی در فیزیکال رِویو لِترز منتشر شده است [1].

مقدمه

حل‌هایی از معادلات ِ اینشتین در D بعد وجود دارد که در آن توزیع ِ ماده با یک یا دو تابع ِ دلتای ِ دیراک داده می‌شود که یک یا دو شامه‌ی ِ d بعدی ِ موازی و غوطه‌ور در فضازمان ِ D بعدی را توصیف می‌کند. چنین جواب‌هایی از این‌رو جالب ِ توجه‌اند که می‌شود از آن‌ها برای ِ توصیف ِ فضازمان ِ چهاربعدی‌مان به مثابه ِ یک شامه‌ی ِ $d = 4$ بعدی در یک فضازمان ِ $D > 4$ بعدی بهره ببریم. از مشهورترین ِ این مدل‌ها، مدل ِ جهان‌شامه‌ای ِ رندل ـ ساندرام (گاما ش ۱۳ صص ۷ تا ۱۷) است که در شکل ِ نخستینش یک یا دو شامه‌ی ِ ۴ بعدی ِ مینکوفسکی ِ غوطه‌ور در یک فضازمان ِ ۵ بعدی با هندسه‌ی ِ پاددوسیته را توصیف می‌کرد.

در تعمیم‌های ِ بعدی ِ این مدل، که آمیخته‌ای از مدل ِ نخستین ِ رندل ـ ساندرام با ایده‌ی ِ کالوتزا ـ کلین است چنین فرض می‌شود که دنیای ِ ما یک شامه‌ی ِ $4 + n$ بعدی ِ غوطه‌ور در یک هندسه‌ی ِ $5 + n$ بعدی با هندسه‌ی ِ پاددوسیته است که با متریک ِ

$$ds^2 = e^{-2k|z|}\left(\sum_{\mu,\nu=0}^{3} \eta_{\mu\nu}\, dx^\mu\, dx^\nu - \sum_{i,j=1}^{n} \delta_{ij}\, d\theta_i d\,\theta_j\right) - dz^2, \qquad (1)$$

داده می‌شود که در آن $\theta_i \in [0, 2\pi R_i]$ مختصات ِ نظیر ِ $n \geq 1$ بعد ِ بسته‌ی ِ اضافه به شعاع ِ R_i را نشان می‌دهند. در این رابطه δ_{ij} متریک ِ اقلیدسی و $\eta_{\mu\nu} = (+,-,-,-)$ متریک ِ مینکوفسکی است. k پارامتر ِ اصلی در این مدل است که شعاع ِ فضای ِ پاددوسیته را تعیین می‌کند.

مشاهدات ِ تجربی

حدهای ِ پایینی ِ بزرگی برای ِ k به دست می‌دهند. همان‌طور که از معادله‌ی ِ (38) برمی‌آید هر چه k بزرگ‌تر باشد از اهمیت ِ مدل ِ رندل ـ ساندرام کاسته می‌شود. برای ِ دیدن ِ این موضوع توجه کنید که برای ِ $k \to \infty$ هندسه‌ی ِ $5 + n$ بعدی به یک هندسه‌ی ِ $4 + n$ بعدی ِ جای‌گزیده در $z = 0$ فرو می‌کاهد.

راه های ِ گوناگونی برای ِ به دست آوردن ِ حد ِ پایین برای ِ k وجود دارد، مثل ِ بررسی ِ درستی ِ قانون ِ عکس ِ مجذوری ِ گرانش ِ نیوتن (گاما ش ۱۳ ص ۴) و یا توجه به طول ِ عمر ِ سیاه‌چاله‌ها (گاما ش ۱۴ صص ٦ تا ۷). اخیراً دو راه ِ دیگر برای ِ به دست آوردن ِ حد ِ پایین برای ِ k مورد ِ توجه قرار گرفته است که مربوط به پدیده‌هایی می‌شود که محصول ِ تونل زنی ِ فوتون‌ها به بیرون ِ شامه است.

در هر مدل ِ جهان‌شامه‌ای باید به طریقی توضیح داده شود که چرا میدان‌های ِ موجود در نظریه‌ی ِ استاندارد ِ ذرات ِ بنیادی به شامه چسبیده‌اند. دلیل ِ چنین انتظاری این است که نظریه‌ی ِ استاندارد ِ ذرات ِ بنیادی که با فرض ِ چهاربعدی بودن ِ فضازمان نوشته شده است با دقت ِ بسیار خوبی با نتایج ِ تجربی توافق دارد. یعنی اگر مدل‌های ِ جهان‌شامه‌ای درست باشند میدان‌های ِ مادی باید روی ِ شامه کاملاً جای‌گزیده باشند به طوری که پهنای ِ بسته‌های ِ موج ِ نظیر ِ این میدان‌ها در راستای ِ z از $10^{-19}m$ کم‌تر باشد.

در مدل ِ اولیه‌ی ِ رندل ـ ساندرام که $n = 0$ بود نشان داده شد که میدان ِ گرانشی و میدان‌های ِ اسکالر به واسطه‌ی ِ عامل ِ $e^{-2k|z|}$ در متریک ِ (38) روی ِ شامه جای‌گزیده می‌شوند. بعداً نشان داده شد که میدان‌های ِ پیمانه‌ای و از جمله فوتون‌ها را می‌شود با اضافه کردن ِ $n \geq 1$ بعد ِ بسته به مدل ِ اولیه، روی ِ شامه جای‌گزیده کرد. در واقع به سادگی می‌شود دید که در چنین مدلی، تابع ِ موج ِ میدان ِ الکترومغناطیسی، $A_\mu(z)$، از معادله‌ی ِ شرودینگر ِ زیر به دست می‌آید،

$$-\frac{1}{2}\phi''_\mu(s) + V(s)\,\phi_\mu(s) = E\,\phi_\mu(s), \tag{2}$$

که در آن

$$\begin{aligned} s \;&=\; \mathrm{sgn}(z)\left[\exp(k\,|z|) - 1\right], \\ \phi_\mu(z) \;&=\; A_\mu(z)\exp\left[-k\,|z|\,(n+1)/2\right], \end{aligned} \tag{3}$$

و

$$V(s) = V_0(s) = \frac{(n+1)(n+3)}{\left[8\,(|s|+1)^2\right]} - \frac{n+1}{2}\delta(s), \tag{4}$$

و $E = m^2/2k^2$. در این جا m جرم ِ فوتون از نظر ِ ناظر ِ روی ِ شامه است. نکته‌ی ِ جالب در مورد ِ پتانسیل ِ (4) این است که فقط یک حالت ِ مقید دارد که انرژی‌اش صفر است و با $\phi(s) = \sqrt{n}/2(1+|s|)^{-(n+1)/2}$ داده می‌شود. این به روشنی همان فوتون ِ آشنای ِ ما در نظریه‌ی ِ چهاربعدی است. پتانسیل ِ (4) فوتون‌های ِ جرم‌دار را از شامه دور نگاه می‌دارد و این می‌تواند توضیح ِ خوبی باشد که چرا ما تا به امروز فوتون ِ جرم‌داری را ندیده‌ایم. البته طیف ِ E پیوسته است و برای ِ

آن‌که تونل زنی ِ این فوتون‌های ِ جرم‌دار به شامه واقعاً قابل ِ چشم‌پوشی باشد باید فرض کنیم که $m \ll k$ که این در واقع قیدی بر محدوده‌ی ِ درستی ِ مدل است.

اما روی ِ شامه هم رخ‌دادهایی به وقوع می‌پیوندد که عملاً به معنی ِ تولید ِ فوتون ِ جرم‌دار است. این فوتون‌ها بیش‌تر با لقب ِ فوتون ِ مجازی ِ زمان‌گونه شناخته می‌شوند و در آزمایش‌هایی مثل ِ نابودی ِ زوج ِ الکترون ـ پوزیترون تولید می‌شوند. این فوتون‌ها می‌توانند با تونل زدن از پتانسیل ِ (4) از شامه به بیرون بتابند و یک اثر ِ قابل ِ آشکارسازی از هندسه‌ی ِ (38) به جای بگذارند. اکنون رقابتی بر سر ِ آشکارسازی ِ این اثر در واپاشی ِ پوزیترونیوم در جریان است. داده‌های ِ فعلی حد ِ پایینی از مرتبه‌ی ِ چند TeV بر پارامتر ِ k با فرض ِ $n = 2$ می‌گذارند.

اما راه ِ دیگری هم برای ِ پیدا کردن ِ چنین حد ِ پایینی وجود دارد که در [۱] پیش‌نهاد شده است. در این روش توجه می‌شود که اگر فوتون‌ها بتوانند به بیرون از شامه تونل بزنند آن‌گاه ستاره‌ها باید سریع‌تر از آن‌چه که در مدل‌های ِ معمولی پیش‌بینی می‌شود خنک شوند. نویسنده‌گان ِ این مقاله به زیبایی نشان داده‌اند که در یک پلاسما پتانسیل ِ (4) به شکل ِ زیر اصلاح می‌شود،

$$V(s) = V_0(s) + \frac{m^2}{n\,k^2}\,\delta(s), \tag{5}$$

سپس با محاسبه‌ی ِ سهم ِ تونل‌زنی در این پتانسیل در آهنگ ِ خنک شدن دسته‌ای از ستاره‌ها و با تکیه بر کارآمد بودن ِ مدل‌های ِ چهاربعدی ِ معمولی ِ ستاره‌شناسان که برای ِ محاسبه‌ی ِ آهنگ ِ خنک شدن ِ ستاره‌ها به کار می‌رود، حد ِ پایین‌های ِ واقعاً بزرگی برای ِ k به دست آورده است.

از اطلاعات ِ مربوط به غول‌های ِ سرخ پیش از درخشش ِ هلیومی نتیجه گرفته شده است که،

$$\begin{array}{ll} k > 1.4\times 10^{21}\ \mathrm{TeV}, & (n=1),\\ k > 5\times 10^{6}\ \mathrm{TeV}, & (n=2),\\ k > 60\ \mathrm{TeV}, & (n=3), \end{array} \tag{6}$$

و یا از اطلاعات ِ مربوط به ابرنواختر ِ SN 1987A نتیجه گرفته شده است که،

$$\begin{array}{ll} k > 6\times 10^{14}\ \mathrm{TeV}, & (n=1),\\ k > 7\times 10^{4}\ \mathrm{TeV}, & (n=2),\\ k > 27\ \mathrm{TeV}, & (n=3). \end{array} \tag{7}$$

این اعداد در دست‌گاه ِ واحدهای ِ خداداد (طبیعی) داده شده‌اند که در آن $\hbar = 1 = c$. $\hbar$ ثابت ِ پلانک و c سرعت ِ نور است. در این دست‌گاه ِ واحدها، بُعد ِ جرم و انرژی که با رابطه‌ی ِ $E = mc^2$ به یک‌دیگر مربوطند یکی است که غالباً برحسب ِ الکترون ولت، eV، بیان می‌شود. از آن جالب‌تر بعد ِ طول و زمان است که با عکس ِ الکترون ولت eV^{-1} بیان‌می‌شود. برای ِ دیدن ِ این نکته توجه کنید که رابطه‌ی ِ پلانک $E = 2\pi\hbar\nu$ بعد ِ بسامد، یعنی عکس ِ زمان، را به بعد ِ انرژی تبدیل می‌کند و از $c = 1$ هم معلوم می‌شود که بعد ِ طول و زمان یکی است. با یک محاسبه‌ی ِ آسان می‌شود دید که در دست‌گاه ِ خداداد، یک فرمی ($1\mathrm{F}= 10^{-15}\mathrm{m}$) تقریباً هم‌ارز ِ $5\ \mathrm{GeV}^{-1}$ است.

پس اگر عامل ِ $\exp(-2k\,|z|)$ در معادله‌ی ِ (38) را به صورت ِ $\exp(-\,|z|\,/z_0)$ بنویسیم از مثلاً $k > 10^6$ TeV معلوم می‌شود که $z_0 < 10^{-9}$F. شاید به‌ترین راه ِ بررسی ِ داده‌های ِ (6) و (7) آن باشد که آن‌ها را با انرژی ِ پلانک 10^{16}TeV مقایسه کنیم که هم‌ارز ِ عکس ِ طول ِ پلانک است. طول ِ پلانک که نزدیک به 10^{-34}m است کوچک‌ترین شعاع ِ انهنای ِ ممکن در یک هندسه‌ی ِ ناتکین است.

مرجع

[1] A. Friedland and M. Giannoti, "Astrophysical Bounds on Photon Escaping into Extra Dimensions", *Physical Review Letters,* vol. 100, 031602 (2008).

تاریخ ِ فیزیک گاه آن طور که در کتاب‌ها ی ِ فیزیک نوشته می‌شود نیست. کتاب‌ها ی ِ فیزیک را کسان ی می‌نویسند که آگاهی ی ِ خوب ی از آن زمینه ی ِ فیزیک دارند، امّا گاه اطلاعات ِ این عدّه از سیر ِ واقعی ی ِ تحوّلات کافی و درست نیست. برا ی ِ چند نمونه رجوع کنید به مقاله‌ها یی که در زیر آمده است. مقاله ی ِ جکسُن [a]، همان ِ جکسُن ی که کتاب ِ الکترودینامیک ش معروف است، حاوی ی ِ نکاتِ جالب ی در مورد ِ تاریخ ِ الکترودینامیک است. از جمله این که برخ ی از کارها یی که لودیگ وَلِنتاین لُرِنز [b] ِ دانمارکی در الکترودینامیک انجام داده بوده، در کتاب‌ها به نام ِ هندریک آنتون لُرِنتس [c] ِ هلندی معروف شده است. نگاه ی به این مقاله مؤیّد ِ این نکته هم هست که یک کار ِ خوب برا ی ِ فیزیک‌پیشه‌ها ی ِ بازنشسته، جست و جو در متون ِ گذشته و تاریخی ی ِ فیزیک است، زیرا این عدّه به‌تر از تاریخ‌نگاران ِ حرفه‌ای می‌توانند کارها ی ِ فیزیک‌پیشه‌ها ی ِ گذشته را بفهمند.
مقاله ی ِ سینگهام [d] هم حاوی ی ِ نکات ِ بسیار جالب ی در مورد ِ انقلاب ِ کُپِرنیکی است؛ نکات ی که معمولاً وارونه نقل می‌شوند.

[a] J. D. Jackson, "Examples of the Zeroth Theorem of the History of Science", `arXiv:0708.4249v2`, [b] Ludwig Valentine Lorenz (1829-1891), [c] Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928), [d] Mano Singham, "The Copernican myths", *Physics Today*, Dec 2007, pp. 48-52,