پدیده یِ سانیَک[1]

محمد خرمی mamwad@mailaps.org X1-044 (2007/04/19)

یک چشمه یِ نور و یک آشکارگر در یک تار ِ اپتیکی یِ بسته را در نظر بگیرید. نور ِ چشمه از دو مسیر به آشکارگر می‌رسد و یک نقش ِ تداخل می‌سازد. اگر تار بچرخد، اختلافِ‌فاز ِ نورها یی که از دومسیر به آشکارگر می‌رسند تغییر می‌کند و نقش ِ تداخل جابه‌جا می‌شود. تغییر ِ این اختلافِ‌فاز برا یِ شکل ِ دل‌بخواه ِ تار محاسبه می‌شود.

0 مقدمه

یک تار ِ اپتیکی یِ بسته و یک چشمه و یک آشکارگر در آن را در نظر بگیرید. نور ِ چشمه از دو مسیر به آشکارگر می‌رسد و آن‌جا یک نقش ِ تداخل می‌سازد. اگر تار بچرخد مسافت ی که نور در این دومسیر می‌پیماید تغییر می‌کند: در یک ی کم و در دیگری زیاد می‌شود. به همین خاطر اختلاف ِ مسافت ی که نور در این دومسیر پیموده تغییر می‌کند. هم‌چنین سرعت ِ نور در تار ِ ساکن و تار ِ متحرک فرق می‌کند و این تغییرِسرعت به جهت ِ انتشار ِ نور بسته‌گی دارد. این هم باعث می‌شود عدد ِ موج تغییر کند و این تغییر (که تابع ِ مکان است) برا یِ دومسیر ِ مختلف یک‌سان نیست. این دوعامل باعث می‌شود تغییرِفاز ِ نور در اثر ِ حرکت ِ تار، در این دومسیر یک‌سان نباشد و در نتیجه اختلافِ‌فاز ِ نورها یی که از دومسیر به آشکارگر می‌رسند تغییر می‌کند. به این پدیده پدیده یِ سانیَک [a] می‌گویند.

در بیش‌تر ِ موارد ِ عملی، سرعت ِ نقطه‌ها یِ تار خیل ی کم‌تر از سرعت ِ نور است. به همین خاطر می‌شود محاسبات را تا مرتبه یِ یک نسبت به سرعت ِ نقطه‌ها یِ تار (یا تا مرتبه یِ یک نسبت به

[1] این مقاله، با اجازه ی ِ نویسنده، از منزل‌گاه ِ نویسنده برداشته شده است، و همه ی ِ حقوق ِ آن برا ی ِ نویسنده محفوظ است.

http://www.mamwad.org/x1/X1-044.pdf

سرعت ـ زاویه‌ای ي تار) انجام داد.

1 سرعت ـ نور و بردار ـ موج در محیط ـ متحرک

یک محیط ـ هم‌سان‌گرد با ضریبِ‌شکست ـ n را در نظر بگیرید. معادله ي پاشنده‌گی برا ي نور در این محیط (ِساکن) چنین است.

$$-\,\omega'^2+\frac{c^2}{n^2}\,\mathbf{k}'\cdot\mathbf{k}'=0, \tag{1}$$

که ω' بس‌آمد ـ زاویه‌ای ي موج و $\mathbf{k}'$ بردار ـ موج است. این رابطه موج ی را توصیف می‌کند که سرعت ـ انتشار ـ آن در همه ي جهت‌ها مقدار ـ یک‌سان ـ u' است، که

$$u'=\frac{c}{n}. \tag{2}$$

فرض کنید همین محیط با سرعت ـ $\mathbf{v}$ حرکت کند. $(c^{-2}\,\omega,\mathbf{k})$ یک چاربردار است، پس رابطه ي ω و $\mathbf{k}$ با ω' و $\mathbf{k}'$ به این شکل است (مثلاً [1]).

$$\omega\;=\;\gamma\,(\omega'+\mathbf{v}\cdot\mathbf{k}'),$$

$$\mathbf{k}\;=\;\mathbf{k}'+(\gamma-1)\,\mathbf{v}\,\frac{\mathbf{v}\cdot\mathbf{k}'}{\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}}+\gamma\,\frac{\mathbf{v}}{c^2}\,\omega', \tag{3}$$

که γ ضریب ـ لُرِنتس [b]ـ متناظر با $\mathbf{v}$ است:

$$\gamma:=\left(1-\frac{\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}}{c^2}\right)^{-1/2}. \tag{4}$$

می‌خواهیم سرعت ـ انتشار ـ موج در محیط ی که با سرعت ـ $\mathbf{v}$ حرکت می‌کند را حساب کنیم. این را می‌شود از رابطه‌ها ي سینماتیکی یا از رو ي رابطه يِ پاشنده‌گی به دست آورد. برا ي به‌دست‌آوردن ـ رابطه يِ پاشنده‌گی در محیط ی که با سرعت ـ $\mathbf{v}$ حرکت می‌کند، وارون ـ رابطه‌ها يِ (3) را حساب می‌کنیم:

$$\omega'\;=\;\gamma\,(\omega-\mathbf{v}\cdot\mathbf{k}),$$

$$\mathbf{k}' = \mathbf{k} + (\gamma - 1)\,\mathbf{v}\,\frac{\mathbf{v}\cdot\mathbf{k}}{\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}} - \gamma\,\frac{\mathbf{v}}{c^2}\,\omega, \tag{5}$$

این‌ها را در رابطه یِ پاشنده‌گی یِ (1) می‌گذاریم. نتیجه می‌شود

$$-\gamma^2\,\left(1 - \frac{\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}}{n^2\,c^2}\right)\,\omega^2 + \frac{c^2}{n^2}\,\mathbf{k}\cdot\mathbf{k} - \gamma^2\,\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)\,(\mathbf{v}\cdot\mathbf{k})^2 + 2\,\gamma^2\,\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)\,\omega\,\mathbf{v}\cdot\mathbf{k} = 0. \tag{6}$$

معادله یِ (6) رابطه یِ پاشنده‌گی برا یِ نور در محیط ی با ضریبِ‌شکست ـِ n (در حالت ـِ سکون) است که با سرعت ـِ $\mathbf{v}$ حرکت می‌کند. این رابطه تا مرتبه یِ یک نسبت به سرعت می‌شود

$$-\omega^2 + \frac{c^2}{n^2}\,\mathbf{k}\cdot\mathbf{k} + 2\,\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)\,\omega\,\mathbf{v}\cdot\mathbf{k} = 0. \tag{7}$$

که از آن نتیجه می‌شود

$$\omega = \frac{c}{n}\,k + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)\,\mathbf{v}\cdot\mathbf{k}. \tag{8}$$

$\mathbf{u}$ (سرعت ـِ انتشار ـِ موج) مشتق ـِ ω نسبت به $\mathbf{k}$ است:

$$\mathbf{u} = \nabla_{\mathbf{k}}\omega. \tag{9}$$

از این‌جا نتیجه می‌شود

$$\mathbf{u} = \frac{c}{n}\,\frac{\mathbf{k}}{k} + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)\,\mathbf{v}, \tag{10}$$

و به این ترتیب،

$$u = \frac{c}{n} + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)\,\frac{\mathbf{v}\cdot\mathbf{k}}{k}. \tag{11}$$

2 جابه‌جایی یِ اختلافِ‌فاز ـِ نور در مسیرها یِ مختلف

یک تار ـِ اپتیکی را در نظر بگیرید که به شکل ـِ خم ـِ بسته یِ C است و از ماده ای با ضریبِ‌شکست ـِ n (در حالت ـِ سکون) ساخته شده. یک چشمه یِ نور در نقطه یِ $\mathbf{r}_{\mathrm{s}}$، و یک آشکارگر در نقطه یِ $\mathbf{r}_{\mathrm{o}}$ است. چشمه و آشکارگر، نسبت به تار ساکن اند. نور از طریق ـِ دو مسیر ـِ C_1 و C_2، از چشمه به آشکارگر می‌رسد. قرارداد می‌کنیم که جهت ـِ مثبت رو یِ خم ـِ C همان جهت ـِ C_1 باشد.

اول حالت ی را در نظر بگیریم که تار ساکن است. در این حالت نور با سرعت ـِ (c/n) مسیرها یِ C_1 و C_2 را می‌پیماید. زمان یِ لازم برا یِ این که نور C_i بپیماید، t_{i} است:

$$t_i = \frac{n}{c}\int_{C_i} |\mathrm{d}\mathbf{r}|, \tag{12}$$

که $\mathbf{r}$ بردار ِ مکان برا یِ تار است. نور ی که در زمان ِ صفر از طریق ِ C_i به آشکارگر رسیده، در زمان ِ $(-t_i)$ در چشمه بوده. فاز ِ نور حاصل از C_i در آشکارگر در زمان ِ صفر را ϕ_i می‌نامیم. این فاز برابر ِ فاز ِ نور در چشمه در زمان ِ $(-t_i)$ است. پس،

$$\phi_1 - \phi_2 = \omega_0\,(t_1 - t_2), \tag{13}$$

که ω_0 بس‌آمد ِ چشمه است. از آن‌جا،

$$\phi_1 - \phi_2 = \frac{n\,\omega_0}{c}\left(\int_{C_1} |\mathrm{d}\mathbf{r}| - \int_{C_2} |\mathrm{d}\mathbf{r}|\right). \tag{14}$$

فرض کنید تار حرکت می‌کند. در این حالت نور ی که در زمان ِ صفر به آشکارگر رسیده و از C_i آمده، در زمان ِ $(-t_i - \Delta t_i)$ در چشمه بوده. روی‌داد ِ E_i را گسیل ِ نور از چشمه می‌گیریم، چنان که این نور پس از طی ِ C_i در زمان ِ صفر به آشکارگر برسد. به این ترتیب،

$$t(E_i) = -t_i - \Delta t_i, \tag{15}$$

که $t(E_i)$ زمان ِ روی‌داد ِ E_i است.

این‌ها زمان‌ها یی اند که در چارچوب ِ آزمایش‌گاه سنجیده می‌شوند. زمان ِ روی‌داد ِ E_i از دید ِ ساعت ِ هم‌راه ِ چشمه را با $t'(E_i)$ نمایش می‌دهیم. $[t'(E_1) - t'(E_2)]$ ویژه‌زمان ِ متناظر با جهان‌خط ِ چشمه از روی‌داد ِ E_2 تا روی‌داد ِ E_1 است. تفاوت ِ این ویژه‌زمان با زمان ی که در چارچوب ِ آزمایش‌گاه بین ِ این دوروی‌داد سنجیده می‌شود از مرتبه یِ دو نسبت به سرعت ِ چشمه است. پس تا مرتبه یِ یک نسبت به سرعت ِ تار،

$$t'(E_1) - t'(E_2) = t(E_1) - t(E_2), \tag{16}$$

و از آن‌جا،

$$(\phi_1 - \phi_2) + (\Delta\phi_1 - \Delta\phi_2) = \omega_0\,[(t_1 - t_2) + (\Delta t_1 - \Delta t_2)], \tag{17}$$

که ω_0 بس‌آمد ِ زاویه‌ای یِ نور ِ حاصل از چشمه یِ ساکن است. به این ترتیب،

$$\Delta\phi_1 - \Delta\phi_2 = \omega_0\,(\Delta t_1 - \Delta t_2). \tag{18}$$

تار ی را در نظر بگیرید که با سرعت ِ زاویه‌ای یِ ثابت ِ $\mathbf{\Omega}$ می‌چرخد. در این چرخش شکل ِ تار عوض نمی‌شود. نقاط ِ تار را با پارامتر ِ λ مشخص می‌کنیم. مسیر ِ نور بین ِ نقطه‌ها یِ متناظر با پارامترها یِ λ و $(\lambda+\mathrm{d}\lambda)$ را در نظر بگیرید. نور در زمان ِ t در $\mathbf{r}(\lambda,t)$، و در زمان ِ $(t+\mathrm{d}t)$ در $\mathbf{r}(\lambda+\mathrm{d}\lambda,t+\mathrm{d}t)$ است. داریم

$$\mathbf{r}(\lambda+\mathrm{d}\lambda,t+\mathrm{d}t)-\mathbf{r}(\lambda,t)=\mathbf{u}\,\mathrm{d}t, \tag{19}$$

که $\mathbf{u}$ بردار ِ سرعت ِ نور طی ِ این بازه است. از این‌جا،

$$\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\lambda}\,\mathrm{d}\lambda+\mathbf{v}\,\mathrm{d}t=\mathbf{u}\,\mathrm{d}t, \tag{20}$$

که $\mathbf{v}$ سرعت ِ تار است:

$$\mathbf{v}=\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial t}. \tag{21}$$

رابطه یِ (10) را در (20) می‌گذاریم:

$$\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\lambda}\,\mathrm{d}\lambda+\frac{1}{n^2}\,\mathbf{v}\,\mathrm{d}t=\frac{c}{n}\,\frac{\mathbf{k}}{\mathbf{k}}\,\mathrm{d}t. \tag{22}$$

اندازه یِ دوطرف را تا مرتبه یِ یک نسبت به v می‌نویسیم. نتیجه می‌شود

$$\left|\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\lambda}\,\mathrm{d}\lambda\right|+\frac{1}{n^2}\,\left|\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\lambda}\,\mathrm{d}\lambda\right|^{-1}\,\mathbf{v}\cdot\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\lambda}\,\mathrm{d}\lambda\,\mathrm{d}t=\frac{c}{n}\,\mathrm{d}t. \tag{23}$$

چون این نتیجه تا مرتبه یِ یک نسبت به v درست است، در طرف ِ چپ می‌شود به جا یِ ضریب ِ v مقدار ِ مرتبه‌یِ‌صفر (نسبت به v) گذاشت. از این‌جا،

$$\left|\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\lambda}\,\mathrm{d}\lambda\right|+\frac{1}{n\,c}\,\mathbf{v}\cdot\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\lambda}\,\mathrm{d}\lambda=\frac{c}{n}\,\mathrm{d}t, \tag{24}$$

یا

$$\mathrm{d}t=\frac{n}{c}\,\left|\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\lambda}\,\mathrm{d}\lambda\right|+\frac{1}{c^2}\,\mathbf{v}\cdot\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\lambda}\,\mathrm{d}\lambda. \tag{25}$$

از این که تار با سرعت ِ زاویه‌ای یِ $\mathbf{\Omega}$ می‌چرخد معلوم می‌شود

$$\mathbf{v}=\mathbf{\Omega}\times\mathbf{r}, \tag{26}$$

و با جاگذاری یِ آن در (25)،

$$\mathrm{d}t=\frac{n}{c}\,\left|\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\lambda}\,\mathrm{d}\lambda\right|+\frac{1}{c^2}\,\mathbf{\Omega}\cdot\mathbf{r}\times\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\lambda}\,\mathrm{d}\lambda. \tag{27}$$

چون تار با سرعت ِ زاویه‌ای ی ِ ثابت دوران می‌کند، $\mathbf{r}$ و مشتق ِ آن نسبت به λ دوران‌یافته ی ِ این کمیت‌ها برا ی ِ تار ِ ساکن اند. پس عبارت ِ طرف ِ راست ِ (27) مستقل از زمان است و داریم

$$t_i + \Delta t_i = \frac{n}{c}\int_{C_i} |\mathrm{d}'\mathbf{r}| + \frac{1}{c^2}\,\mathbf{\Omega}\cdot\int_{C_i} \mathbf{r}\times \mathrm{d}'\mathbf{r}, \tag{28}$$

که $\mathrm{d}'\mathbf{r}$ یعنی $\mathrm{d}\mathbf{r}$ در زمان ِ ثابت:

$$\mathrm{d}'\mathbf{r} := \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \lambda}\,\mathrm{d}\lambda. \tag{29}$$

به این ترتیب،

$$\Delta t_i = \frac{1}{c^2}\,\mathbf{\Omega}\cdot\int_{C_i} \mathbf{r}\times \mathrm{d}'\mathbf{r}, \tag{30}$$

و از آن‌جا،

$$\Delta\phi_1 - \Delta\phi_2 = \frac{\omega_0}{c^2}\,\mathbf{\Omega}\cdot\oint_C \mathbf{r}\times \mathrm{d}'\mathbf{r}. \tag{31}$$

دیده می‌شود این مقدار به جا ی ِ چشمه و آشکارگر بسته‌گی ندارد و ضریب ِ شکست ِ محیط هم در آن ظاهر نمی‌شود.

این عبارت را می‌شود بر حسب ِ یک انتگرال ِ دوبُعدی هم نوشت:

$$\begin{aligned}\oint_C \mathbf{\Omega}\times\mathbf{r}\cdot \mathrm{d}'\mathbf{r} &= \int_S \mathrm{d}'\mathbf{S}\cdot[\nabla\times(\mathbf{\Omega}\times\mathbf{r})]\,,\\ &= \int_S \mathrm{d}'\mathbf{S}\cdot(\mathbf{\Omega}\,\nabla\cdot\mathbf{r} - \mathbf{\Omega}\cdot\nabla\mathbf{r}),\\ &= 2\,\mathbf{\Omega}\cdot\int_S \mathrm{d}'\mathbf{S},\end{aligned} \tag{32}$$

که S ناحیه ای است که مرز ِ آن C است. به این ترتیب،

$$\Delta\phi_1 - \Delta\phi_2 = \frac{2\,\omega_0}{c^2}\,\mathbf{\Omega}\cdot\mathbf{S}, \tag{33}$$

که $\mathbf{S}$ بردار ِ مساحت ِ ناحیه ی ِ S است.

مثلاً اگر تار به شکل ِ دایره ای به شعاع ِ R باشد که با سرعت ِ زاویه‌ای ی ِ Ω حول ِ محور ی می‌چرخد که بر صفحه ی ِ دایره عمود است و از مرکز ِ دایره می‌گذرد،

$$\Delta\phi_1 - \Delta\phi_2 = \frac{2\,\pi\,R^2\,\omega_0\,\Omega}{c^2}. \tag{34}$$

3 سرعت‌ها یِ نَه‌چندان کم

تار ی را در نظر بگیرید که به طور ِ صلب می‌چرخد، یعنی فاصله یِ دو نقطه یِ آن از هم (به طور ِ هم‌زمان) از دید ِ چارچوب ِ آزمایش‌گاه برابر ِ فاصله یِ دو نقطه یِ متناظر برا یِ تار ِ ساکن است. نور ی را در نظر بگیرید که در زمان ِ t در پارامتر ِ λ است. از دید ِ F' (چارچوب ِ لخت ی که سرعت ِ آن برابر ِ سرعت ِ نقطه یِ با پارامتر ِ λ در زمان ِ t است)، مدت ی که طول می‌کشد تا این نور به پارامتر ِ $(\lambda+\mathrm{d}\lambda)$ برسد $\mathrm{d}t'$ است، که

$$\mathrm{d}t' = \frac{n}{c}\,|\mathrm{d}\mathbf{r}'|. \tag{35}$$

$\mathrm{d}\mathbf{r}'$ بردار ِ مکان ِ نقطه یِ با پارامتر ِ $(\lambda+\mathrm{d}\lambda)$ نسبت به نقطه یِ با پارامتر ِ λ، از دید ِ F' است. داریم

$$\mathrm{d}\mathbf{r}' = \mathrm{d}'\mathbf{r} + (\gamma-1)\,\mathbf{v}\,\frac{\mathbf{v}\cdot\mathrm{d}'\mathbf{r}}{v^2}, \tag{36}$$

و

$$\mathrm{d}t = \gamma\,\left(\mathrm{d}t' + \frac{\mathbf{v}\cdot\mathrm{d}\mathbf{r}'}{c^2}\right). \tag{37}$$

از ترکیب ِ رابطه‌ها یِ (35) تا (37) نتیجه می‌شود

$$\mathrm{d}t = \gamma\,\left[\frac{n}{c}\,\left|\mathrm{d}'\mathbf{r} + (\gamma-1)\,\mathbf{v}\,\frac{\mathbf{v}\cdot\mathrm{d}'\mathbf{r}}{v^2}\right| + \gamma\,\frac{\mathbf{v}\cdot\mathrm{d}'\mathbf{r}}{c^2}\right]. \tag{38}$$

به این ترتیب،

$$\begin{aligned}(t_1+\Delta t_1)-(t_2+\Delta t_2) \;=\; & \frac{n}{c}\,\left(\int_{C_1} - \int_{C_2}\right)\,\left[\gamma\,\left|\mathrm{d}'\mathbf{r} + (\gamma-1)\,\mathbf{v}\,\frac{\mathbf{v}\cdot\mathrm{d}'\mathbf{r}}{v^2}\right|\right]\\ & + \oint_C \frac{\gamma^2}{c^2}\,\mathbf{v}\cdot\mathrm{d}'\mathbf{r}.\end{aligned} \tag{39}$$

ضمناً داریم

$$(t'_1+\Delta t'_1)-(t'_2+\Delta t'_2) = \gamma_{\mathrm{s}}^{-1}\,[(t_1+\Delta t_1)-(t_2+\Delta t_2)], \tag{40}$$

که γ_{s} ضریب ِ لُرِنتس [b] برا یِ چشمه است. از این‌جا،

$$\begin{aligned}(\phi_1+\Delta\phi_1)-(\phi_2+\Delta\phi_2) \;=\; & \frac{n\,\omega_0}{c\,\gamma_{\mathrm{s}}}\,\left(\int_{C_1} - \int_{C_2}\right)\,\left[\gamma\,\left|\mathrm{d}'\mathbf{r} + (\gamma-1)\,\mathbf{v}\,\frac{\mathbf{v}\cdot\mathrm{d}'\mathbf{r}}{v^2}\right|\right]\\ & + \frac{\omega_0}{\gamma_{\mathrm{s}}}\,\oint_C \frac{\gamma^2}{c^2}\,\mathbf{v}\cdot\mathrm{d}'\mathbf{r},\end{aligned} \tag{41}$$

یا

$$\Delta\phi_1 - \Delta\phi_2 = \frac{n\,\omega_0}{c}\left(\int_{C_1} - \int_{C_2}\right)\left[\frac{\gamma}{\gamma_{\rm s}}\left|{\rm d}'\mathbf{r} + (\gamma-1)\,\mathbf{v}\,\frac{\mathbf{v}\cdot{\rm d}'\mathbf{r}}{v^2}\right| - |{\rm d}'\mathbf{r}|\right]$$

$$+\frac{\omega_0}{\gamma_{\rm s}}\oint_C \frac{\gamma^2}{c^2}\,\mathbf{v}\cdot{\rm d}'\mathbf{r}, \tag{42}$$

دیده می‌شود تا مرتبه‌ يِ یک نسبت به سرعت‌ها، جمله‌ يِ اول صفر است و جمله‌ يِ دوم هم همان عبارت ِ طرف ِ راست ِ (31) است.

برا يِ حالت ِ خاص ی که تار دایره ای به شعاع ِ R است که با سرعت ِ زاویه‌ای يِ Ω حول ِ محور ی می‌چرخد که بر صفحه‌ يِ دایره عمود است و از مرکز ِ دایره می‌گذرد،

$$\Delta\phi_1 - \Delta\phi_2 = (\gamma-1)\,\frac{n\,\omega_0}{c}\left(\int_{C_1} - \int_{C_2}\right)|{\rm d}'\mathbf{r}| + \gamma\,\frac{2\,\pi\,R^2\,\omega_0\,\Omega}{c^2}, \tag{43}$$

یا

$$\Delta\phi_1 - \Delta\phi_2 = (\gamma-1)\,(\phi_1-\phi_2)_0 + \gamma\,\frac{2\,\pi\,R^2\,\omega_0\,\Omega}{c^2}, \tag{44}$$

که $(\phi_1-\phi_2)_0$ اختلافِ‌فاز ِ ناشی از دومسیر برا يِ مدار ِ ساکن است و

$$\gamma = \left(1 - \frac{R^2\,\Omega^2}{c^2}\right)^{-1/2}. \tag{45}$$

روشن است که (44) هم تا مرتبه‌ يِ یک نسبت به سرعت‌ها همان (34) است.

4 مرجع

[1] John David Jackson; “Classical electrodynamics”, 3rd edition (John Wiley & Sons, 1998) chapter 11

5 اسم‌ها ی ِ خاص

[a] Sagnac

[b] Lorentz