

## جرم- تاریک- خوش‌های- گیسو

احمد شریعتی

در این مقاله‌ی آموزشی توضیح داده می‌شود که مبنای رصدی‌ی جرم- تاریک- خوش‌های- کهکشانی، از جمله خوش‌های- گیسو چیست.

### 1 مقدمه‌ی- تاریخی

در دهه‌ی ۱۹۳۰، فریتس رویسکی<sup>(۱)</sup>، منجم سوییسی - آمریکایی، مدعی شد که جرم- مجموعه‌ای از کهکشان‌ها موسوم به خوش‌های- گیسو، چندین برابر آن چیزی است که می‌توانیم ببینیم [۱]. به بیان دیگر این مجموعه از کهکشان‌ها قاعده‌ای باید شامل ماده‌ی یا موادی باشند که تابش- الکترومغناطیسی‌ی- بسیار ضعیفی دارد. رویسکی این ماده را ماده‌ی- تاریک نامیده. چند دهه بعد معلوم شد که جرم- کهکشان‌ها‌ی مارپیچی، از جمله کهکشان- راه- شیری هم چندین برابر- جرم- مرئی‌ی آن‌ها است. امروزه تصور- اکثر- منجم‌ها و فیزیک‌پیشه‌ها این است که عمدہ‌ی- جرم- دنیا «تاریک» است. در این نوشته می‌خواهیم استدلال- رویسکی را که به پذیرفتن وجود- ماده‌ی- تاریک منتهی می‌شود مرور کنیم. این استدلال را بر اساس- داده‌ها‌ی- جدیدتر بیان می‌کنیم.

### 2 مجموعه‌ای از کهکشان‌ها

در آسمان- نیم‌کره‌ی- شمالی، صورت- فلکی‌ای هست به نام- گیسوان- برنیکه<sup>(۲)</sup>. این صورت- فلکی، از نظر- یونانی‌ها و بعد مسلمانان در واقع- جزء‌ی از صورت- فلکی‌ی- اسد (شیر) بوده است. در دوران- جدید، گویا نخستین بار مرکاتور<sup>(۳)</sup> [۱] می‌ساح- فیلمیش- هلندی یا تیکو براهمه<sup>(۴)</sup> [۲] به این صورت- فلکی هویت- مستقل‌ی داده‌اند. به هر حال این صورت- فلکی در شرق- صورت- اسد (شیر)، در غرب- صورت- عوا، در شمال- صورت- سنبله، و در جنوب- صورت- سگان- شکاری است. قطب- شمال-

کهکشانی در این صورت فلکی است.<sup>1</sup> در این خوش اشیاء نسبتاً کمی از کهکشان راه شیری دیده می شود که مهم ترین آن ها یک خوشی باز ستاره ای (موسوم به خوشی ستاره ای گیسو)، و یک خوشی کروی (موسوم به M53 یا NGC 5024) است.

اما صورت فلکی ی گیسوان برنيکه شامل تعداد زیادی کهکشان است که نخستین بار ویلیام هرشل<sup>(e)</sup> متوجه آن ها شد. در ابتدای قرن بیستم معلوم شده بود که در این خوشی دست کم 100 کهکشان هست. امروزه با تلسکوپ های قوی، تقریباً هزار کهکشان در دایره ای به قطر تقریباً ۵° دیده می شود. قطر ظاهری ی ۵° واقعاً زیاد است، یعنی ده برابر قطر ظاهری ی ماه!

### 3 اطلاعات رصدی

فهرست های مختلفی از کهکشان های خوشی گیسو منتشر شده است، مثلاً [5] که می توانید آن را با کمی جستجو در اینترنت بیابید.<sup>2</sup> در این فهرست اطلاعات 271 کهکشان که در مرکز این خوشی، یعنی در فاصله ای تقریباً ۰.۵° از مرکز خوشی هستند آمده است. یک خط از اطلاعات این فهرست به این شکل است:

3352 NGC4872	147	-86	14.79	1.78	7249	30	1	1
--------------	-----	-----	-------	------	------	----	---	---

از سمت چپ، در نخستین ستون شماره ای کهکشان در یک فهرست خاص نوشته شده. در ستون دوم نام متدائلتر این کهکشان آمده. در ستون های سوم و چهارم مختصه های  $x$  و  $y$  ی موضع کهکشان در آسمان آمده نسبت به یک دستگاه دکارتی که مرکز آن نقطه ای مشخص در آسمان است. اعداد این دو ستون بر حسب ثانیه ی قوس اند. عدد بعدی، عدد بعدی، ۱4.79، قدر ظاهری ی این کهکشان است. (تعریف قدر در پاراگراف بعد آمده است). عدد بعدی (1.78) شاخص رنگ کهکشان است که عبارت است از  $m_r - m_b$  یعنی تفاضل قدر ظاهری ای کهکشان در دو طول موج مختلف. این عدد نشان گر سن کهکشان است. عدد بعد، 7249، سرعت دور شدن کهکشان از ما است، بر حسب km/s، و عدد بعد (30) خطای این سرعت است. سرعت دور شدن کهکشان را

<sup>1</sup> منظور از قطب شمال کهکشانی، امتداد محور کهکشان راه شیری در آسمان نیم کره ی شمالی است. و منظور از محور کهکشان راه شیری، محوری است که بر صفحه ای کهکشان عمود است.

<sup>2</sup> مثلاً مراجعه کنید به <http://cdsweb.u-strasbg.fr/>

«سرعت\_گریز از ناظر زمینی» آن می‌نامیم<sup>3</sup>. این سرعت را با مطالعه‌ی طیف\_کهکشان و سنجیدن\_انتقال به سرخ یا انتقال به آبی\_ی آن می‌توان سنجید. عدد\_بعدی (که ۱ است) نشان می‌دهد که این سرعت را چه\_گروه\_ی سنجیده است، و عدد\_بعد (که ۱ است) نشان می‌دهد که کیفیت\_طیف\_ی که سرعت با استفاده از آن سنجیده شده است چه\_گونه است. آن\_چه\_ما\_فعلاً\_به آن علاقه\_مند ایم سرعت\_دور\_شدن\_کهکشان\_از\_ما\_و\_قدیر\_ظاهری\_ی آن است.

قدر\_ظاهری\_معیاری\_لگاریتمی\_از\_شار\_انرژی\_ی نورانی\_ی شیء در روی\_زمین است. اگر  $L$  درخشش\_گی\_ی جسم (بر حسب\_وات) و  $d$  فاصله\_ی جسم\_از\_ما (بر حسب\_متر) باشد، شار\_انرژی\_ی نورانی\_ی جسم در روی\_زمین می‌شود

$$\Phi = \frac{L}{4\pi d^2}.$$

این  $\Phi$  بر حسب\_قدر\_ظاهری ( $m$ ) هست:

$$\Phi = 2.52 \times 10^{-8} \times 10^{-2m/5} \text{ W m}^{-2}.$$

بنا بر این

$$L = 4\pi d^2 \times 10^{-2m/5} \times 2.52 \times 10^{-2}$$

اگر  $d$  فاصله\_بر\_حسب\_متر باشد فرمول\_بالا به شکل\_زیر در می‌آید:

$$L = 3.02 \times 10^{44} \times 10^{-2m/5} d^2.$$

دقّت کنید که هر\_چه\_قدر\_ظاهری بزرگ\_تر باشد، شار\_نور\_ی که به ما می\_رسد کوچک\_تر است. قدر\_ظاهری\_ی کم\_سوترین\_ستاره\_ها\_یی که در شب\_تاریک با\_چشم\_می\_توان دید ۶ است.

## 4 توزیع\_سرعت\_گریز از ناظر زمینی

بینیم نمودار\_توزیع\_سرعت\_ها\_یی. این 271 کهکشان\_چه\_گونه است. برا\_یی این کار محور\_افقی را محور\_سرعت\_می\_گیریم و سرعت\_ها را به ترتیب\_صعودی مرتب\_می\_کنیم. اگر  $v$  این سرعت باشد، در

---

<sup>3</sup> این را با سرعت\_فرار\_اشتباه نکنید. منظور از سرعت\_فرار\_یک جسم سرعت\_ی است که آن جسم باید داشته باشد تا از میدان\_گرانشی\_ای که در آن اسیر است بگریزد. منظور از سرعت\_گریز از ناظر زمینی، سرعت\_جسم در امتداد\_خط\_دید است.

محل  $v_i = v$  یک خط قائم می‌کشیم. به این ترتیب نموداری شبیه به طیف یک جسم به دست می‌آید (شکل ۱ را ببینید).

همان طور که در شکل دیده می‌شود، سرعت گریز این ۲۷۱ کهکشان توزیع خاصی دارد. ۳۰ تا از کهکشان‌ها در پایین ترین بخش نمودار اند، یعنی در منتهی‌الیه سمت چپ نمودار پایین اند. از این ۳۰ تا، ۱۲ تا به سمت ما می‌آیند ( $v_r < 0$ ). پس از آن مجموعه‌ای از ۱۹۲ کهکشان است که توزیع سرعت‌ها ای آن‌ها خیلی شبیه به یک نمودار گاوی‌سی یا ماسکولی است. و پس از آن بقیه ای کهکشان‌ها توزیع شده اند. توزیع سرعت ۱۸۱ تا از این کهکشان‌ها در بالاترین نمودارها شکل ۱ کشیده شده است. برای این که این توزیع را بهتر درک کنیم، بهتر است که توزیع «هموارشده» ای را رسم کنیم. دقت کنید، توزیعی که به دست آمده،  $f(v)$ ، یک توزیع گیسته است، درست مانند قرار گرفتن تعدادی بار نقطه‌ای. برای هموار کردن توزیع می‌توان یک بازه ای سرعت مثل  $[v - \delta v, v + \delta v]$  اختیار کرد و میانگین  $f(v)$  را در نظر گرفت:

$$\bar{f}(v) = \frac{1}{2\delta v} \int_{v-\delta v}^{v+\delta v} f(v') dv'.$$

در شکل ۱، در نمودار پایین  $\delta v = 1000 \text{ km/s}$  و در نمودار بالا  $\delta v = 5 \text{ kms}$  بوده است.

## ۵ سرعت گریز و انساط کیهان

بنا بر کیهان‌شناسی ای متعارف، کیهان در حال انساط است، به نحوی که کهکشان‌ها ای دور دست با سرعت‌ها یکی متناسب با فاصله شان دارند از ما دور می‌شوند.

$$v = Hd$$

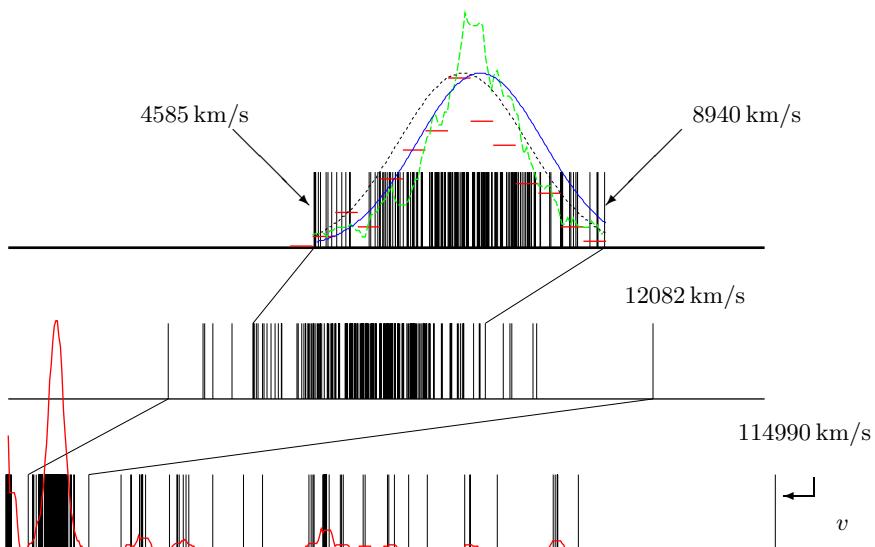
در این فرمول، که فرمول هابل<sup>(f)</sup> نام دارد  $H$  ثابت هابل است. بنا بر سنجه‌ها ای اخیر است. رسم بر آن است که می‌نویسیم  $H = 71 \text{ km/(s Mpc)}$

$$H = h_{100} \times 100 \text{ km/(s Mpc)}$$

عددی در حدود ۱ است.<sup>۴</sup> آن را در فرمول‌ها نگه می‌داریم تا بتوانیم با اصلاح شدن مقدار  $H$  همه چیز را اصلاح کنیم.

میانگین سرعت دور شدن ۱۸۱ کهکشان ای که انتخاب کرده ایم  $s = 6796 \text{ km/s}$  است. با استفاده از فرمول هابل، این سرعت متناظر است با فاصله ای  $h_{100}^{-1} \text{ Mpc} = 68$  که برای

<sup>4</sup> زیرنویس ۱۰۰ نشان‌گر آن است که واحد ثابت هابل  $100 \text{ km/(s Mpc)}$  است.



شکل ۱: توزیع سرعت‌ها در تعدادی از کهکشان‌های خوشه‌ی گیسو. در پایین نمودار، هر خط نشان‌دهنده‌ی یک کهکشان است. محل خط، روی محور افقی، سرعت‌گریز آن کهکشان است. تابع توزیع سرعت‌ها با خط پُرس شده است. این تابع توزیع با یک فرآیند متوسط‌گیری روی بازه‌ی  $[v - \delta v, v + \delta v]$  هم‌وارشده است (در نمودار بالاتر (نموار وسط) توزیع کهکشان‌ها بی‌که سرعت آن‌ها در این باشته‌گی اول است کشیده شده است. در نمودار سوم (نمودار بالا) توزیع دسته‌ای خاص از این کهکشان‌ها (که در شکل مشخص است) کشیده شده. نموداری که با خط‌چین کشیده شده، توزیع سرعت‌ها است که البته با متوسط‌گیری هم‌وارشده ( $\delta v = 5 \text{ km/s}$ ). نموداری که با نقطه‌چین کشیده شده یک منحنی‌ی گاوی است با  $v = 6800 \text{ km/s}$  و  $\sigma = 1000 \text{ km/s}$ . نموداری که با خط پُرس کشیده شده یک توزیع ماسکولی است با  $\sigma = 1000 \text{ km/s}$  و  $v_{\max} = 6800 \text{ km/s}$

برابر  $Mpc$  96 است. آیا باید بقیه ای سرعت‌ها را نیز سرعت هابلی تعبیر کنیم؟ به عبارت دیگر، آیا درست است که برای هر عضو این مجموعه از کهکشان‌ها سرعت را سرعت هابلی در نظر بگیریم؟ اگر چنین کنیم دیده می‌شود که این مجموعه از کهکشان‌ها در حد فاصل  $46 h_{100}^{-1} Mpc$  تا  $89 h_{100}^{-1} Mpc$  قرار دارند. دقت کنید

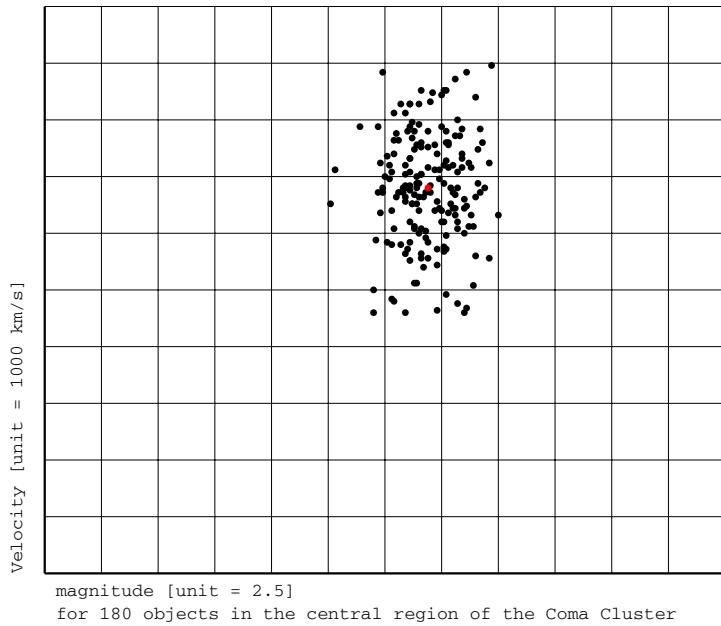
$$\begin{aligned} v_{min} &= 4585 \text{ km/s} & d_{min} &= 46 h_{100}^{-1} Mpc \\ v_{max} &= 8940 \text{ km/s} & d_{max} &= 89 h_{100}^{-1} Mpc. \end{aligned}$$

طول این مجموعه  $43 h_{100}^{-1} Mpc$  است. اگر چنین باشد، اثر گرانشی ای این کهکشان‌ها بر هم بسیار ناچیز است، و قاعده‌تا هیچ هم‌بسته‌گی ای بین آن‌ها نیست. اکنون به نمودار شکل ۲ نگاه کنید. در این نمودار محور افقی قدر ظاهری ای کهکشان، محور قائم سرعت دور شدن آن از ما است، هر نقطه نشان دهنده ای یکی از 180 کهکشان مجموعه ای بالا است — چون برای یکی از کهکشان‌ها مقدار قدر در جدول نیامده آن را حذف کرده ایم.

دقت کنیم که نقاط در این نمودار تقریباً به طور یک‌نواخت در یک مستطیل قائم توزیع شده اند. اگر قرار باشد همه ای سرعت‌ها را هابلی تعبیر کنیم، محور قائم مضربی از فاصله ای کهکشان از ما خواهد بود، و تعبیر نمودار این می‌شود که با دور شدن کهکشان‌ها ای این مجموعه از ما، توزیع و متواسط قدر ظاهری ای کهکشان‌ها ای آن تغییر نمی‌کند؛ که تنها در صورتی ممکن است که پیذریم کهکشان‌ها ای دورتر درخشنادتر اند — چیزی که پیذریفتی ش ساده نیست. ساده‌تر آن است که بگوییم این 181 کهکشان در فاصله ای تقریباً یکسان از ما هستند ( $\delta d \simeq \pm 1 Mpc$ ). به این ترتیب این مجموعه یک خوشه ای واقعی از کهکشان‌ها است. میانگین سرعت این کهکشان‌ها  $v = 6800 \text{ km/s}$  است که متناظر است با فاصله ای  $68 h_{100}^{-1} Mpc$ ، که اگر  $h_{100}$  را ۰.۷۱ بگیریم ۹۶ می‌شود. تصویر این مجموعه از کهکشان‌ها در آسمان در دایره ای به قطر تقریباً  $0.7^\circ = 0.012 \text{ Rad}$  است که در فاصله ای  $96 Mpc$  می‌شود دایره ای به قطر تقریباً  $D = 1 Mpc$ . تصور این که این مجموعه از کهکشان‌ها در کره ای به شعاع تقریباً  $D = 1 Mpc$  توزیع شده اند تصور بسیار معقولی است.

## 6 درخشنده‌گی‌ها

اگر درخشنده‌گی ای یک ستاره یا کهکشان  $L$  باشد (بر حسب  $W$ )، قدر مطلق آن  $M$  ای است که در زیر تعریف می‌شود:



شکل ۲: هر نقطه نشانگر یک کهکشان است. محور افقی (جهت از چپ به راست) قدر ظاهری است. محور قائم (جهت از پایین با بالا) سرعت گریز است. اگر سرعت گریز را به انبساطهایی کیهان نسبت بدھیم، محور قائم مضربی از فاصله‌ی کهکشان تا ما خواهد بود. در این صورت باید بپذیریم که کهکشان‌های دورتر این مجموعه به طور میانگین درخشان‌تر از کهکشان‌های نزدیک اند، و این عجیب است.

$$L = 3.02 \times 10^{28} \times 10^{-2M/5} \text{ W} \simeq 84 \times 10^{-2M/5} L_{\odot},$$

که در اینجا  $L_{\odot} = 3.6 \times 10^{26}$  درخشنده‌گی دارد و خورشید است.

بین-قدر-ظاهری ( $m$ ), قدر-مطلق ( $M$ ), و فاصله ( $d$  بر حسب Mpc) این رابطه برقرار است:

$$M = m - 5 \log \frac{10^5 d}{\text{Mpc}},$$

که براي دو فاصله  $d_{\max} = 97 \text{ Mpc}$  و  $d_{\min} = 95 \text{ Mpc}$  مي شود<sup>5</sup>

$$d = d_{\min} \quad M = m - 34.89$$

$$d = d_{\max} \quad M = m - 34.93$$

بنابراین کاملاً معقول است که برای تمام کهکشان‌ها  $m = M - 34.9$  و به این ترتیب می‌توانیم میانگین، انحراف، معیار، کمینه، و پیشینه  $M$  را حساب کنیم. دیده می‌شود که

$$\bar{M} = -18.2, \quad \sigma_M = 2.23, \quad M_{\min} = -22.3, \quad M_{\max} = -14.9$$

این مقدارها متناظر اند با درخشنده‌گی‌ها

$$\bar{L} = 1.6 \times 10^9 L_\odot, \quad L_{\max} = 7.0 \times 10^{10} L_\odot, \quad L_{\min} = 7.7 \times 10^7 L_\odot$$

دقت کنید که هر چه قدر مطلق بزرگ‌تر باشد درخشش‌گی کوچک‌تر است، پس  $L_{\min}$  متناظر است با  $M_{\min}$  و  $L_{\max}$  متناظر است با  $M_{\max}$ .

## 7 تخمینی از انرژی‌ی جنبشی در چارچوب مرکز جرم

کهکشانی در نظر بگیریم که در آن  $N$  ستاره باشد با جرم میانگین  $\bar{m} = \frac{\mathcal{M}}{N}$  — این  $\bar{m}$  را با قدر ظاهری اشتباہ نکنید. درخشنده‌گی  $\bar{L}$  میانگین ستاره‌ها است. آن را هم  $\bar{L} = \frac{L}{N}$  می‌نامیم. می‌نویسیم  $\bar{m} = \mu \mathcal{M}_\odot$  و  $\bar{L} = \lambda L_\odot$  که در اینجا  $\mu$  و  $\lambda$  دو عدد بی‌بعد اند،  $\text{kg} \times 10^{30}$  و  $\text{kg} \cdot \text{ساعت}$  می‌نیست درست است، و  $L_\odot$  هم درخشنده‌گی است. خورشید است. دو عدد بی‌بعد  $\mu$  و  $\lambda$  عددهای بی‌از جرم خورشید است، و  $L_\odot$  هم درخشنده‌گی است که انتخاب کرده ایم بسته‌گی ندارند. این فرضی است که مرتبه  $i$  اند و چندان به کهکشانی که انتخاب کردی ایم بسته‌گی ندارند. این فرضی است که معلوم نیست درست است یا نه و باید با رصد تعداد زیادی کهکشان آن را بیازماییم. فعلًا فرض کنیم

<sup>5</sup> منجم‌ها  $M - m := \mu$  را مدول فاصله می‌نامند، که یکی از مشاهده‌پذیرهای مهم در نجوم است.

نسبت  $M/L$  تقریباً ثابت است بینیم چه می‌شود. اگر این فرض درست باشد، برای کهکشان‌ها نسبت جرم به درخشندگی تقریباً ثابت و عددی از مرتبه  $M_\odot/L_\odot = 5 \times 10^3 \text{ kg/W}$  است. پس با این فرض می‌توانیم برای 180 کهکشان‌ی که در فهرست داریم جرم‌ها را تخمین بزنیم:

$$\begin{aligned} M &\sim 3 \times 10^{28} \times 10^{-2M/5} \times 5 \times 10^3 \text{ kg} \\ &\sim 10^{46-0.4m} \text{ kg}. \end{aligned}$$

در فرمول‌های بالا  $M$  و  $m$  به ترتیب قدرهاي مطلق و ظاهری اند. با یک برنامه‌ی ساده‌ی کامپیوتری می‌توان دید که برای 180 کهکشان‌ی که در فهرست داریم، مجموع این انرژی‌ها در حدود  $J^{55} = 10^{55} \text{ J}$  است که یعنی انرژی‌ی جنبشی‌ی میان‌گین هر کهکشان تقریباً

$$\langle K \rangle \sim \frac{10^{55}}{200} \sim 5 \times 10^{52} \text{ J}$$

است.<sup>6</sup>

بگذارید یک جور دیگر هم این انرژی‌ی جنبشی‌ی میان‌گین را تخمین بزنیم. میان‌گین مجدد سرعت در دست‌گاه مرکز جرم (برای 180 کهکشان) تقریباً  $3 \times \sigma^2 \simeq 3 \times 10^{12} \text{ m}^2/\text{s}^2$  است. (ضریب 3 در این فرمول را کم‌ی جلوتر توجیه خواهیم کرد). جرم میان‌گین کهکشان‌ها را می‌توانیم (با توجه به  $\bar{L}$  که در بالا حساب شد)  $\mathcal{M}_\odot \simeq 4 \times 10^{39} \text{ kg} = 4 \times 10^9 M_\odot$  بگیریم، و از این جا

$$\langle K \rangle \sim \frac{1}{2} \times 3 \times 10^{12} \times 4 \times 10^{39} = 6 \times 10^{51} \text{ J}$$

این مقدار یک دهم عددی است که بالاتر به دست آورده‌یم. به توجه به این دو عدد، تخمین

$$\langle K \rangle \sim 10^{52} \text{ J}$$

تخمین معقولی است.

## 8 تخمینی از انرژی‌ی پتانسیل

جرم کل این 180 کهکشان تقریباً  $10^{42} \text{ kg} \sim 7 \times 10^{41} \text{ kg} = M_{180}$  است (این را هم با استفاده از  $\bar{L}$  می‌توان حساب کرد، و هم با جمع زدن جرم‌های کهکشان‌ها را فهرست). این جرم در کره‌ای به

<sup>6</sup> نحوه‌ی محاسبه ساده است. برای هر کهکشان قدر ظاهری ( $m$ ) و سرعت گریز ( $v_r$ ) را داریم. سرعت میان‌گین گریز را هم داریم ( $\bar{v}$ ). پس مؤلفه‌ی شعاعی‌ی سرعت در چارچوب مرکز جرم را داریم، و  $K \sim \mathcal{M}(v_r - \bar{v})^2$  است.

قطر تقریباً  $1 \text{ Mpc}$  توزیع شده است. اگر توزیع یکنواخت باشد، انرژی  $E$ -پتانسیل، گرانشی  $\phi$ -کل، این توده  $\Omega$ -جرم می‌شود

$$U = -\frac{2}{5} \frac{GM^2}{R} \simeq -2 \times 10^{51} \text{ J}.$$

دقت کید که این مقدار تقریباً یک پنج هزارم انرژی  $\Omega$ -جنبشی  $\phi$ -کل توده است و این است که بسیار عجیب است. این نتیجه عجیب است، زیرا می‌گوید که این خوشه  $\Omega$ -کهکشانی یک سیستم مقید نیست. یعنی اگر زمان  $\phi$  از مرتبه  $\Omega$ -

$$T \sim \frac{R}{\delta v} \simeq 2 \times 10^{16} \text{ s} \simeq 500 \text{ My}$$

صبر کنیم، شاعع این خوشه تقریباً دو برابر می‌شود. این سؤال مطرح می‌شود که چند میلیارد سال پیش این خوشه چه شکل  $\phi$  داشته است؟ چند صد کهکشان در جاهای مختلف، بی هیچ همبسته‌گی ای چنان در کیهان پرتتاب شده اند که پس از مدتی همه‌گی در یک جا جمع شده اند! احتمال چنین اتفاقی بسیار کم است، و این باعث می‌شود به این گمان بررسیم که این خوشه باید قاعدتاً مقید باشد. (برا  $\phi$ -دیدن استدلال به [۸] رجوع کنید).

مثل زوییکی، به دنبال راه گریزی از این ناسازگاری می‌گردیم. دقت می‌کنیم که اگر جرم  $k$ -کهکشان‌ها را  $kM_\odot$  برابر کنیم، انرژی  $\Omega$ -جنبشی  $k$  برابر و انرژی  $\Omega$ -پتانسیل  $k^2$  برابر می‌شود. پس راه گریز این است که فرض کنیم جرم  $k$ -کهکشان‌ها بیشتر از چیزی است که بالاتر تخمین زدیم؛ یا به بیان دیگر فرض کنیم نسبت  $L/M$  برای  $k$ -کهکشان‌ها  $\Omega$ -خوشه  $\Omega$ -گیسو بسیار بزرگ‌تر از  $L/M_\odot$  است. در واقع می‌توان با استفاده از میانگین انرژی  $\Omega$ -جنبشی  $\Omega$ -کهکشان‌ها  $\Omega$ -خوشه  $\Omega$ -گیسو، و این فرض که این سیستم در یک حالت تعادل دینامیکی است، تخمین  $\Omega$  از جرم  $k$ -کهکشان‌ها  $\Omega$ -این خوشه به دست آورد. این کاری است که زوییکی در مقاله‌ی [۹] اش انجام داده است.

## 9 قضیه و جرم ویریال

بنابر قضیه  $\Omega$ -ویریال، که اثبات آن را می‌توانید در [۷] ببینید، اگر سیستم  $N$  جسم نقطه‌ای به جرم‌ها  $m_i$ ، با برهمنکش گرانشی بین همه  $i$ -اجزاء ش در تعادل دینامیکی<sup>۷</sup> باشد،

<sup>7</sup> منظور از تعادل  $i$ -دینامیکی این است که میانگین کمیت‌ها بی مثل انرژی  $\Omega$ -جنبشی، با گذشت زمان تغییر نکند. مثلاً، در یک گاز که در تعادل ترمودینامیکی است، انرژی  $\Omega$ -جنبشی  $\Omega$ -تکمیل نیست، اما میانگین انرژی  $\Omega$ -جنبشی  $\Omega$ -هر اتم  $i$  در زمان‌ها  $\Omega$ -طولانی ثابت است.

میانگین انرژی ی جنبشی ی آن مجموعه با میانگین انرژی ی پتانسیل آن این رابطه برقرار است:

$$\langle T \rangle = -\frac{1}{2} \langle V \rangle.$$

اگر فرض کنیم که مجموعه ی کهکشان‌ها ی خوش ی گیسو، یعنی این 180 کهکشان ی که انتخاب کرده ایم، در حالت تعادل دینامیکی باشند، آن وقت می‌توانیم با استفاده از این قضیه ی ویریال یک جرم، موسوم به جرم ویریال، به خوش نسبت نسبت بدھیم. به این نحو: اگر  $\mathcal{M}_{\text{vir}}$  جرم خوش باشد، و اگر  $N$  تعداد کهکشان‌ها ی خوش باشد، جرم میانگین هر کهکشان  $\mathcal{M}_{\text{vir}}/N$  است. اگر  $\sigma$  انحراف معیار سرعت‌ها ی شعاعی باشد، انحراف معیار اندازه ی سرعت‌ها  $3\sigma$  خواهد بود، زیرا در چارچوب مرکز جرم داریم

$$\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle$$

و تقارن حکم می‌کند که

$$\langle v_x \rangle^2 = \langle v_y \rangle^2 = \langle v_z \rangle^2,$$

پس

$$\langle v^2 \rangle = 3 \langle v_x^2 \rangle = \langle v_r^2 \rangle.$$

به این ترتیب

$$\langle T \rangle \sim N \left( \frac{1}{2} \frac{\mathcal{M}_{\text{vir}}}{N} 3\sigma^2 \right) = \frac{3}{2} \mathcal{M}_{\text{vir}} \sigma^2.$$

اگر این  $N$  کهکشان کم و بیش یک‌نواخت در کره ای به به شعاع  $R$  توزیع شده باشند، انرژی پتانسیل مجموعه تقریباً  $\frac{G\mathcal{M}_{\text{vir}}^2}{R}$  است. حال اگر قضیه ی ویریال را به کار ببریم خواهیم داشت

$$\frac{3}{2} \mathcal{M}_{\text{vir}} \sigma^2 \sim \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \frac{G\mathcal{M}_{\text{vir}}^2}{R}$$

که یعنی

$$\mathcal{M}_{\text{vir}} \sim \frac{5R\sigma^2}{G}.$$

توزیع کهکشان‌ها در خوش ی گیسو کاملاً یک‌نواخت نیست: در مرکز چگالی بیشتر است. بنا بر این بهتر است ضریب 5 در فرمول بالا را جدی نگیریم، و این البته تأثیر چندان ی نخواهد داشت. برای

180 کهکشان‌ی که در خوش‌ی گیسو انتخاب کردیم، خواهیم داشت:

$$\mathcal{M}_{\text{vir}} \sim 10^{45} \text{ kg}$$

و این یعنی که میان‌گین جرم این 180 کهکشان  $\mathcal{M}_{\odot} \simeq 10^{12} \text{ kg}$  است، که تقریباً صد برابر تخمین‌ی است که از درخشندگی‌ی این کهکشان‌ها به دست می‌آید. به عبارت دیگر: جرم این خوش‌ی کهکشانی بسیار بزرگ‌تر از ماده‌ی درخشان آن است — قسمت عمده‌ی «ماده»‌ی تشکیل‌دهنده‌ی این مجموعه از کهکشان‌ها را نمی‌بینیم. بخش‌ی از این «ماده»‌ی نامرئی احتمالاً ابرها‌ی سرد هیدروژنی است؛ بخش‌ی از آن احتمالاً در کوتوله‌ها‌ی قهوه‌ای و ستاره‌ها‌ی بسیار کم‌نور است؛ و بخش‌ی از آن ممکن است اصلاً ماده‌ی باریونی (یعنی ماده‌ی متخلک از هسته‌ها‌ی اتمی و الکترون) نباشد.

## 10 چگالی‌ی ماده‌ی تاریک

جمله‌ی که برا‌ی این خوش‌ی 180 تایی تخمین زدیم،  $10^{45} \text{ kg}$  در کره‌ای به ساعت  $1 \text{ Mpc}$  توزیع شده. حجم کره‌ای به ساعت  $1 \text{ Mpc}$  تقریباً  $10^{68} \text{ m}^3$  است. چگالی‌ی میان‌گین می‌شود تقریباً

$$\bar{\rho} \sim \frac{10^{45}}{10^{68}} = 10^{-24} \text{ kg/m}^3.$$

این چگالی بسیار کم‌تر از چگالی‌ی ماده‌در محیط زیست‌ما است — چگالی‌ی آب تقریباً  $10^{27}$  برابر این است. توجه به این نکته بسیار مهم است. فرض کنید بنا بر نظریه‌ی این ماده‌ی تاریک از ذره‌ها یی بنیادی ساخته شده که تا کنون در آزمایش‌گاه آن‌ها را ندیده‌ایم. فرض کنید جرم این ذره‌ها در حدود  $10^{-25} \text{ kg}$  باشد (یعنی در حدود صد برابر جرم پروتون). در این صورت انتظار داریم در هر متر مکعب از آزمایش‌گاه‌ها‌ی ما حدود 10 تا از این ذره‌ها باشد. این عدد در مقایسه با ذره‌ها‌ی معمولی ای که اطراف ما هست بسیار کوچک است. آشکارسازی‌ی این ذره‌ها در آزمایش‌گاه‌ها‌ی زمینی به دولت سخت است. اول آن که این ذره‌ها برهمنش بسیار ضعیف‌ی با ابزار آزمایش‌گاهی‌ی ما دارند، و دوم آن که تعداد آن‌ها در واحد حجم بسیار کم است.

## 11 چند تذکر

(۱) زوییکی در دهه‌ی ۱۹۳۰ از ثابت‌هایی که آن موقع خود سنجیده بود استفاده کرد، ثابت‌ی که متناظر بود با  $h_{100} = 55.8$  (مقایسه کنید با مقدار کنونی‌ی  $h_{100} = 0.71$ ). به این ترتیب فاصله‌ی خوش‌ی گسیو تقریباً ۸۰ بار کوچک‌تر به دست می‌آید. تعداد کهکشان‌ها بی‌که زوییکی با استفاده از آن‌ها انحراف معیار سرعت‌ها را تخمین زد نزدیک به ۱۰ بود (مقایسه کنید با فهرست تقریباً ۲۰۰ تایی ای که ما استفاده کردیم). با استفاده از همین چند کهکشان، زوییکی حد پایینی‌ی  $\sigma = 710 \text{ km/s}$  را به دست آورد (معادله‌ی ۳۴ [۱]). با استفاده از این عدددها بود که زوییکی مدعی شد در خوش‌ی گسیو مقدار زیادی ماده‌ی تاریک هست. این عدددها از آن موقع تا کنون تغییرات زیادی کرده‌اند، و البته در این جهت که فرض ماده‌ی تاریک روز به روز تقویت شده است.

(۲) فرض مقید بودن این خوش‌نیاز به توجیه دارد. برای دیدن استدلال زوییکی به [۸] رجوع کنید. فرض تعادل دینامیکی‌ی این خوش‌بسیار مقید‌کننده‌تر از فرض بسته بودن آن است. ممکن است خوش‌ی گیسو محل برخورد چند خوش‌ی کوچک‌تر باشد. در این صورت هیچ دلیلی نداریم که کل خوش‌به تعادل دینامیکی رسیده باشد. یکی از مسائلی که بعضی از پژوهش‌گران دنبال می‌کنند این است که با تحلیل داده‌ها رصدی‌ی این خوش‌خواهی‌ها (دیگر) ساختارها ریزتر خوش‌ی گیسو را تعیین کنند.

برای دیدن یک مرور مختصر از آن چه درباره‌ی خوش‌ی گیسو می‌دانیم به [۴]، و برای دیدن یک مرور تاریخی‌ی مفصل درباره‌ی آن به [۶] رجوع کنید؛ دقت کنید که این مرور اخیر بیش از یک دهه قدیمی است.

## مراجع

- [1] F. Zwicky, “On the Masses of Nebulae and of Clusters of Nebulae”, *The Astrophysical Journal*, vol 86, no. 3 (Oct 1937), pp. 217–246.
- [2] David Darling (ed), *The Universal Book of Astronomy*, John Wiley & Sons, 2004, p. 110.

- [3] Jacqueline Mitton, *A Concise Dictionary of Astronomy*, Oxford University Press, 1991, p. 79.
- [4] Matthew Colless, “Coma Cluster”, in *Encyclopedia of Astronomy & Astrophysics*, P. Murdin (editor), IOP Publishing 2006 (DOI: 10.1888/0333750888/2600
- [5] A. Biviano *et al.*, “A catalogue of velocities in the central regions of the Coma cluster”, *Astronomy & Astrophysics Suppliment*, vol 111, pp. 265–274 (1995).
- <http://citeseer.ist.psu.edu/> مقاله را می‌توانید در این منزلگاه بباید:
- [6] A. Biviano, “Our Best Friend, The Coma Cluster (A Historical Review)”, Published in “Untangling Coma Berenices: A New Vision of an Old Cluster”, Proceedings of the meeting held in Marseilles (France), June 17-20, 1997, Eds.: Mazure, A., Casoli F., Durret F. , Gerbal D., Word Scientific Publishing Co Pte Ltd. Available from <http://arXiv.org/abs/astro-ph/9711251>
- [7] H. Goldstein, *Classical Mechanics* 2<sup>ed</sup> ed., Addison Wesley, 1980, pp. 82–85.
- [8] F. Zwicky, *Morphological Astronomy*, Springer, 1957.1

### نامهای خاص

- <sup>a)</sup> Fritz Zwicky (1898–1974); <sup>b)</sup> Coma Bernices; <sup>c)</sup> Gerardus Mercator (1512–1594);  
<sup>d)</sup> Tycho Brahe (1546–1601); <sup>e)</sup> Frederick William Herschel (1738–1822); <sup>f)</sup> Edwin Powell Hubble (1889-1953).